Mathematatik Q2 Abels

Kopfübung

-
-
-

Untersuchung von **Figuren** und **Körpern**

Big82,83

Beispiel: Parallelogramm

a) Zeichnen Sie in einem Koordinatensystem die Punkte A (6|3|1), B (5|6|2) und C (1|5|4).
b) Bestimmen Sie einen weiteren Punkt D so, dass das Viereck ABCD ein Parallelogramm ist. Zeichnen Sie das Parallelogramm ABCD im Koordinatensystem ein.
c) Bestimmen Sie die Größe des Innenwinkels α des Parallelogramms bei Punkt A.
d) Berechnen Sie den Umfang und den Flächeninhalt des Parallelogramms.

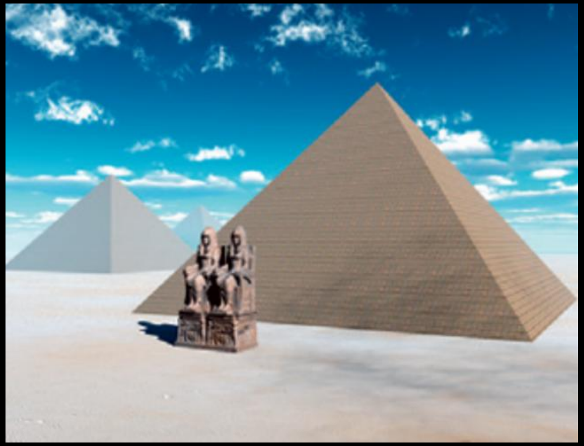
Übung 1 Trapez

a) Zeichnen Sie ein Schrägbild des Vierecks ABCD mit A (1|3|1), B (5|7|−3), C (−2|4|0), D (−4|2|2).
b) Weisen Sie nach, dass das Viereck ABCD ein Trapez ist.
c) Berechnen Sie den Umfang des Trapezes.
d) Wie groß ist der Innenwinkel des Trapezes bei Punkt B?

Beispiel: Längen und Winkel in einer Pyramide

Eine Pyramide ist im Lauf der Jahrtausende im Sand etwas abgekippt. Das Viereck ABCD mit A (13|0|0), B (13|12|5), C (0|12|5) und D (0|0|0) ist die Grundfläche der Pyramide. Die Spitze ist S (6,5|1|14,5), 1 LE = 10 m.

a) Zeigen Sie: Die Grundfläche ist ein Quadrat.
b) Wie lautet der Mittelpunkt M des Quadrats? Welche Höhe hat die Pyramide?
c) Welchen Winkel bildet die Kante $\overline{AS}$ mit der Grundfläche der Pyramide?



Big82,83

Big84,85

2. Vierecksuntersuchungen

a) Zeigen Sie: Das Viereck ABCD mit A (1|−2|4), B (5|2|0), C (9|3|0) und D (7|1|2) ist ein Trapez.
b) Zeigen Sie: ABCD mit A (−3|1|2), B (1|6|4), C (4|8|1) und D (0|3|−1) ist ein Parallelogramm.
c) Gegeben ist das Dreieck ABC mit A(−3|1|2), B (1|3|4) und C (3|5|8). Gesucht ist ein Punkt D, der das Dreieck zu einem Parallelogramm ergänzt.

3. Raute

a) Zeigen Sie, dass B (5|3|2) und D (4|6|4) von Punkt A (3|2|6) gleich weit entfernt sind.
b) Wie muss Punkt C gewählt werden, damit das Viereck ABCD eine Raute ist?
c) Ermitteln Sie die Innenwinkel sowie den Flächeninhalt der Raute ABCD.

4. Dreieck: Nachweis der Gleichschenkligkeit

a) Zeigen Sie: Das Dreieck ABC mit A (1|4|2), B (3|2|4) und C (6|5|1) ist gleichschenklig.
b) Bestimmen Sie den Mittelpunkt der Seite $\overline{AB}$ sowie die Innenwinkel des Dreiecks.

5. Dreieck/Viereck: Nachweis der Rechtwinkligkeit

a) Zeigen Sie: Das Dreieck ABC mit A (1|4|2), B (3|2|4) und C (5|6|6) ist rechtwinklig.
b) Zeigen Sie: Das Viereck ABCD mit A (1|4|2), B (3|2|4), C (9|5|1) und D (7|7|−1) ist ein Rechteck.

1. Pyramide

In einem kartesischen Koordinatensystem ist die gerade Pyramide ABCDS gegeben. Die Seitenlänge der quadratischen Grundfläche ist 4, die Höhe der Pyramide ist 3.

a) Geben Sie mögliche Koordinaten der Eckpunkte der Pyramide an.
b) Skizzieren Sie ein Schrägbild der Pyramide im Koordinatensystem.
c) Mindestens einer der Eckpunkte soll so verschoben werden, dass sich das Volumen der Pyramide verdoppelt. Dafür gibt es mehrere Möglichkeiten. Geben Sie für zwei dieser Möglichkeiten jeweils die Koordinaten der verschobenen Eckpunkte an und begründen Sie Ihre Angabe.

2. Betrag eines Vektors

a) Untersuchen Sie, welcher der Vektoren $\vec{a}$ oder $\vec{b}$ den längeren Pfeil hat.
b) Bestimmen Sie die fehlende Koordinate x so, dass der Pfeil $\overrightarrow{AB}$ die Länge 15 hat.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix}1\\4\\8\end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix}4\\4\\7\end{pmatrix} \quad \vec{c} = \begin{pmatrix}2\\6\\9\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix}2\\x\\11\end{pmatrix}$$

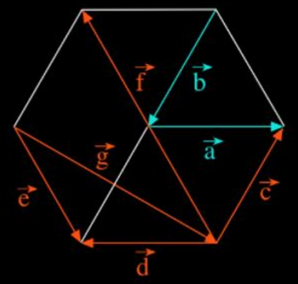
3. Dreieck

In einem Koordinatensystem sind die Punkte A (1|2|3), B (2|7|6) und C (−3|2|2) gegeben.

a) Weisen Sie nach, dass A, B und C die Eckpunkte eines Dreiecks sind.
b) Überprüfen Sie, ob das Dreieck ABC gleichschenklig oder rechtwinklig ist.
c) Ergänzen Sie ABC durch Hinzunahme eines Punktes D zum Parallelogramm ABCD.

4. Sechseck

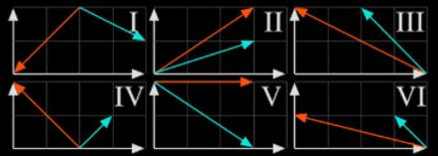
Im abgebildeten Sechseck sollen die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ verwendet werden, um weitere Vektoren als Linearkombination von $\vec{a}$ und $\vec{b}$ darzustellen.
Stellen Sie so die Vektoren $\vec{c}$, $\vec{d}$, $\vec{e}$, $\vec{f}$ und $\vec{g}$ mit Hilfe von $\vec{a}$ und $\vec{b}$ dar.



5. Skalarprodukt

Ordnen Sie jeder Figur den passenden Wert für das Skalarprodukt der beiden dargestellten Vektoren zu. Eine Einheit entspricht einer Karolänge.
Werte für das Skalarprodukt:

−2 12 5 0 11 9



Big84,85

Big84

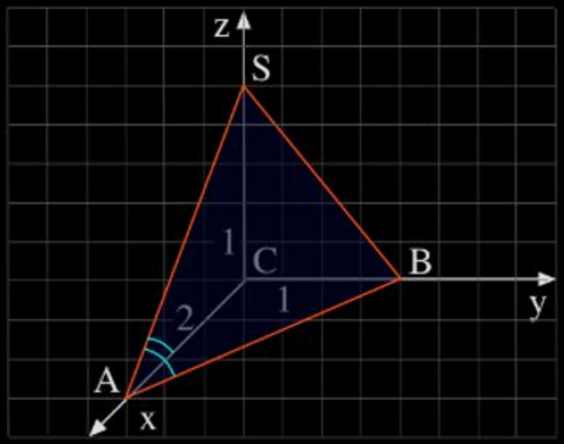
6. Dreiseitige Pyramide

a) Geben Sie die Koordinaten der Eckpunkte der Pyramide an.

b) Berechnen Sie die Seitenlängen $\overline{AB}$ und $\overline{AS}$ der Pyramide.

c) Welcher der beiden Winkel $\sphericalangle BAS$ oder $\sphericalangle CAS$ ist der größere?

d) Bestimmen Sie das Volumen und die Oberfläche der Pyramide.



7. Pyramidenstumpf

ABCDEFGH sei ein Pyramidenstumpf.

Von der Grundfläche ABCD ist bekannt: $A(12|0|0)$, $B(12|12|0)$, $C(0|12|0)$, $D(0|0|0)$

Von der Deckfläche EFGH ist nur der Punkt F bekannt: $F(9|9|4)$

a) Ermitteln Sie die Koordinaten der Deckflächeneckpunkte E, G und H.

b) Fertigen Sie ein Schrägbild des Pyramidenstumpfes an.

c) Berechnen Sie die Größe der Winkel $\sphericalangle BAE$ und $\sphericalangle AEF$.

d) Berechnen Sie den Flächeninhalt der Trapezes ABFE.

e) Wie groß ist die Oberfläche des Pyramidenstumpfes?

f) Wie groß ist das Volumen des Pyramidenstumpfes?