

Mathematik Q2 Abels



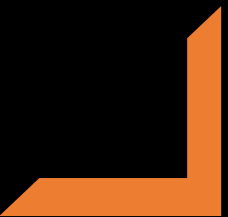


Kopfübung

-

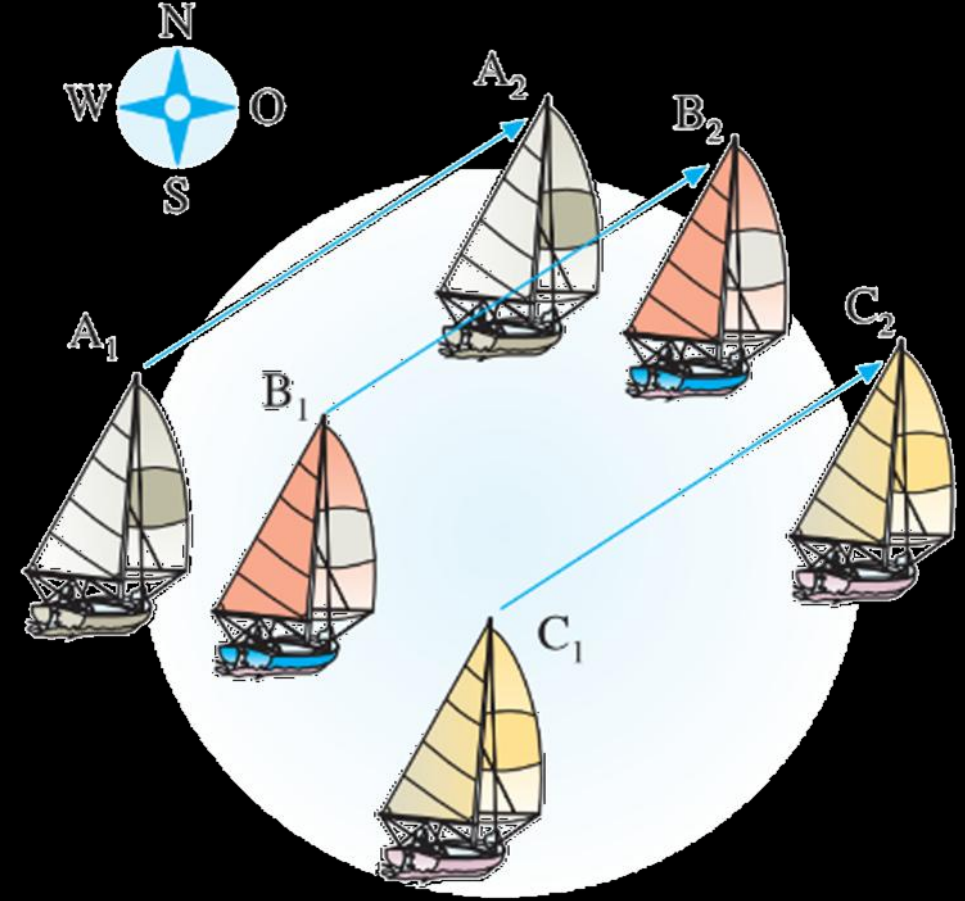
-

-



Vektoren

Bei einer Seglerflotte, die innerhalb eines gewissen Zeitraumes unter dem Einfluss des Windes abtreibt, werden alle Schiffe in gleicher Weise verschoben.

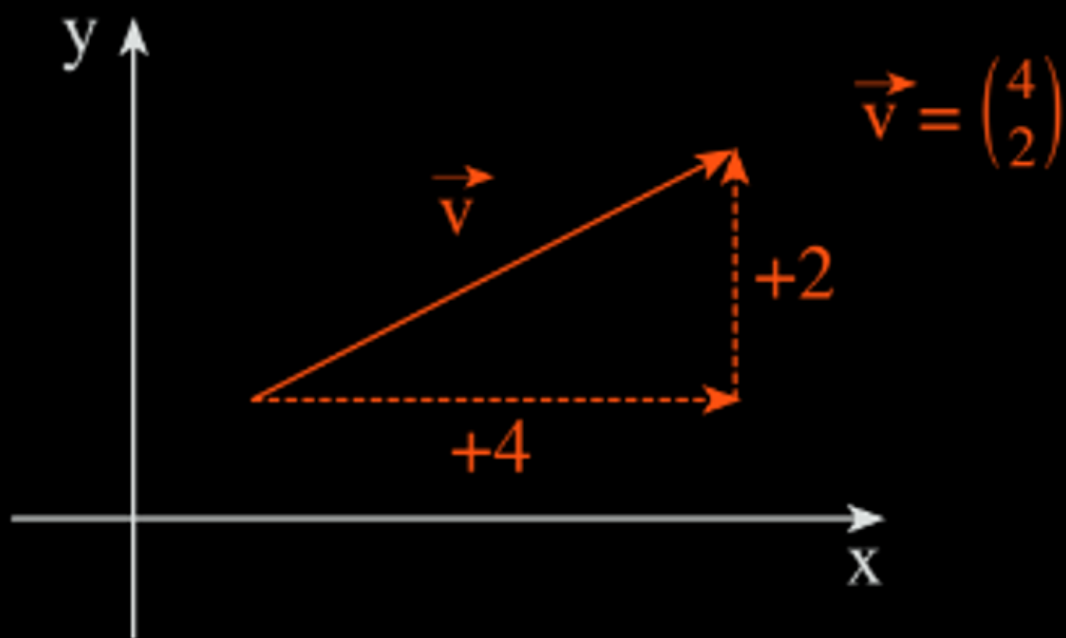


Wie könntest du jemandem die Verschiebung beschreiben?



Vektor

Ein Vektor ist eine Pfeilklassse, also eine Klasse an Pfeilen mit gleicher Länge und gleicher Richtung.



Spaltenvektoren in der Ebene

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$$

Spaltenvektoren im Raum

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$$

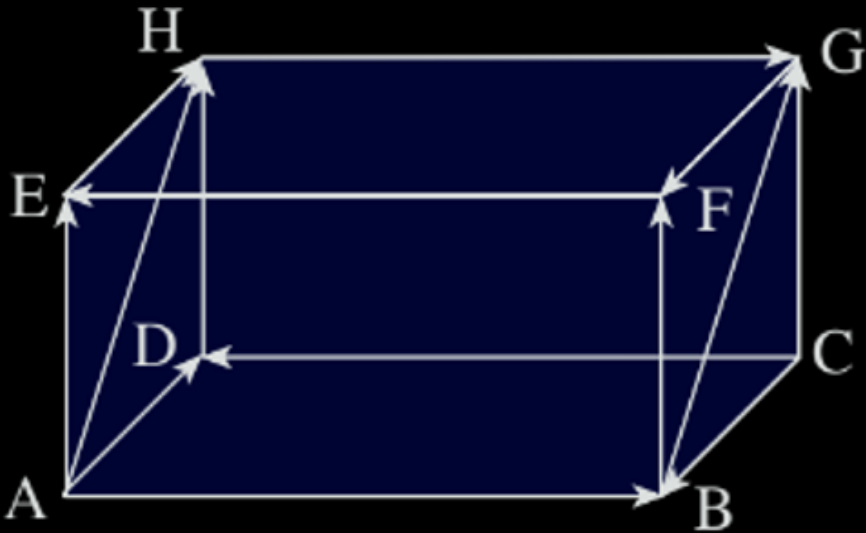


Big55

Übung 1 Pfeile im Quader

Welche der auf dem Quader eingezeichneten Pfeile gehören zum Vektor \vec{a} ?

- a) $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ b) $\vec{a} = \overrightarrow{EH}$ c) $\vec{a} = \overrightarrow{DH}$
d) $\vec{a} = \overrightarrow{CD}$ e) $\vec{a} = \overrightarrow{HG}$ f) $\vec{a} = \overrightarrow{AH}$



Übung 2 Spaltenvektoren

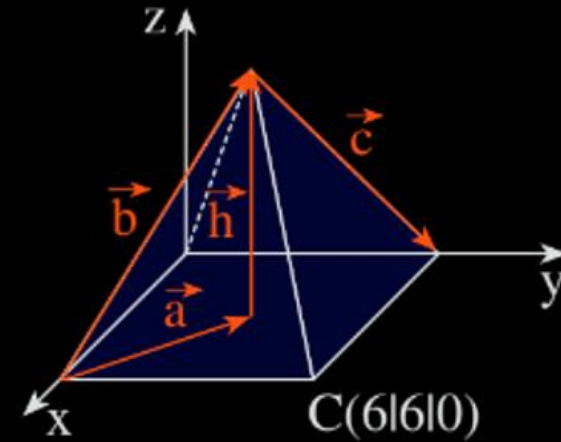
Der in der Übung 1 dargestellte Quader habe die Maße $6 \times 4 \times 3$ (Tiefe \times Breite \times Höhe). Der Koordinatenursprung liege im Punkt D. Die Koordinatenachsen seien parallel zu den Quaderkanten.

Stellen Sie die folgenden Vektoren als Spaltenvektoren dar.

- a) \overrightarrow{CB} b) \overrightarrow{BC} c) \overrightarrow{AE}
d) \overrightarrow{AH} e) \overrightarrow{BH} f) \overrightarrow{BG}
g) \overrightarrow{DG} h) \overrightarrow{DC} i) \overrightarrow{AC}

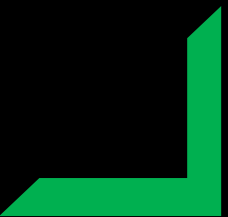
Übung 3 Pyramide

Dargestellt ist eine regelmäßige Pyramide mit der Höhe 6. Stellen Sie die eingezeichneten Vektoren in Spaltenform dar.





Big55

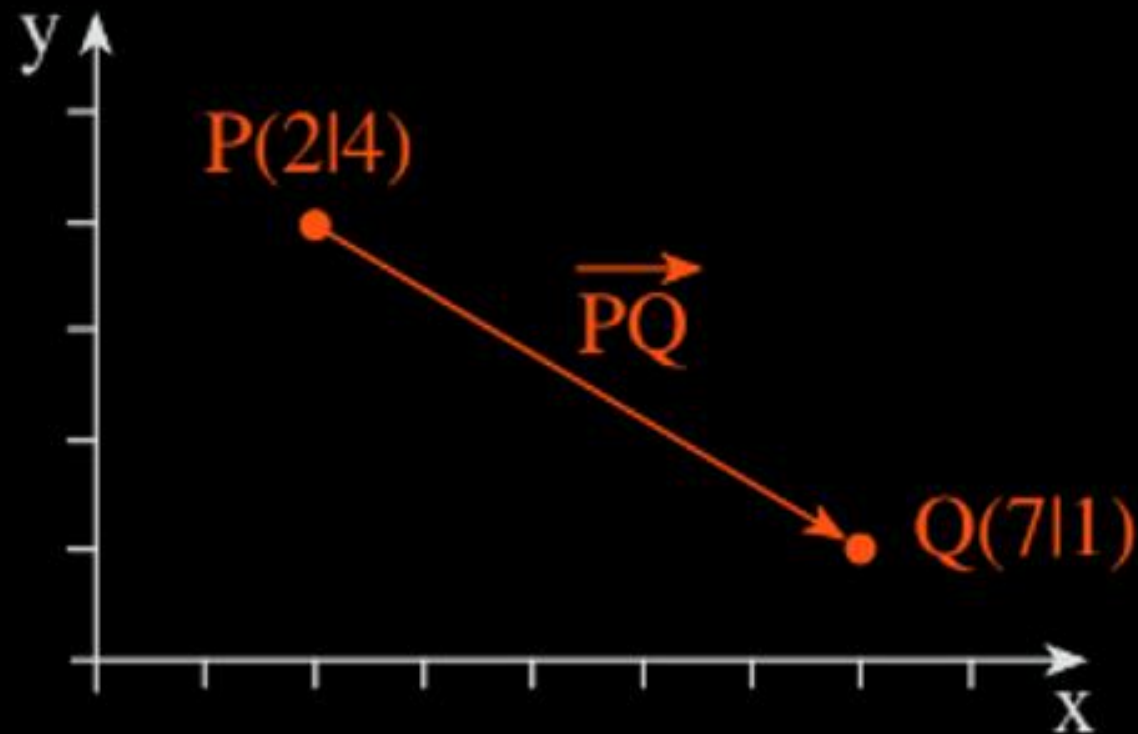


Wie würdest du jemandem beschreiben, wie ...

... du von Punkt P zum Punkt Q kommst?

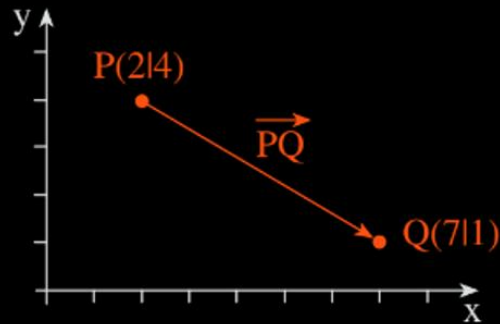
... du vom Ursprung zum Punkt P kommst?

... lang der schnellste Weg von P nach Q ist?



Vektor (Forts.)

Der Verschiebungsvektor \overrightarrow{PQ}



$$\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} 7-2 \\ 1-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix}$$

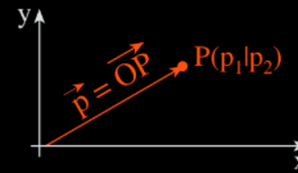
Ebene: $P(p_1|p_2), Q(q_1|q_2)$

$$\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} q_1 - p_1 \\ q_2 - p_2 \end{pmatrix}$$

Raum: $P(p_1|p_2|p_3), Q(q_1|q_2|q_3)$

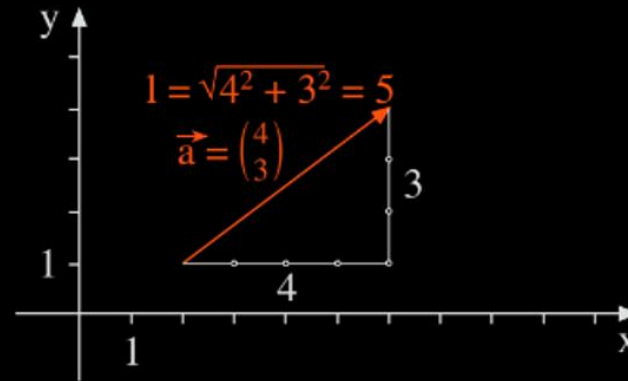
$$\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} q_1 - p_1 \\ q_2 - p_2 \\ q_3 - p_3 \end{pmatrix}$$

Der Ortsvektor \overrightarrow{OP} eines Punktes



$$\vec{p} = \overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} \text{ bzw. } \vec{p} = \overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix}$$

Der Betrag eines Vektors



Betrag eines Spaltenvektors in der Ebene:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

Betrag eines Spaltenvektors im Raum:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

$$\left| \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$$



Big56-59

Übung 4 Verschiebungsvektor

Bestimmen Sie die Koordinaten von \overrightarrow{PQ} .

- | | |
|--------------|---------------|
| a) P(2 1) | b) P(2 -3) |
| Q(6 4) | Q(-2 1) |
| c) P(1 2 -3) | d) P(-4 -3 5) |
| Q(5 6 1) | Q(2 3 -1) |
| e) P(3 4 7) | f) P(1 4 a) |
| Q(2 6 2) | Q(a -3 2a+1) |

Übung 6 Betrag eines Vektors

Bestimmen Sie den Betrag des gegebenen Vektors.

- | | | | | | |
|---|--|---|--|---|--|
| a) $\begin{pmatrix} 1 \\ a \end{pmatrix}$ | b) $\begin{pmatrix} 5 \\ 12 \end{pmatrix}$ | c) $\begin{pmatrix} -3 \\ -5 \end{pmatrix}$ | d) $\begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 12 \end{pmatrix}$ | e) $\begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 12 \end{pmatrix}$ | f) $\begin{pmatrix} 3a \\ 0 \\ 4a \end{pmatrix}$ |
|---|--|---|--|---|--|

Übung 7 Parameteraufgabe

Stellen Sie fest, für welche $t \in \mathbb{R}$ die folgenden Bedingungen gelten.

- | | | |
|---|--|--|
| a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} t \\ 2t \end{pmatrix}, \vec{a} = 1$ | b) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ t \end{pmatrix}, \vec{a} = t + 1$ | c) $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2t \\ t \\ 2t \end{pmatrix}, \vec{a} = 5$ |
|---|--|--|

Übung 5 Pyramide

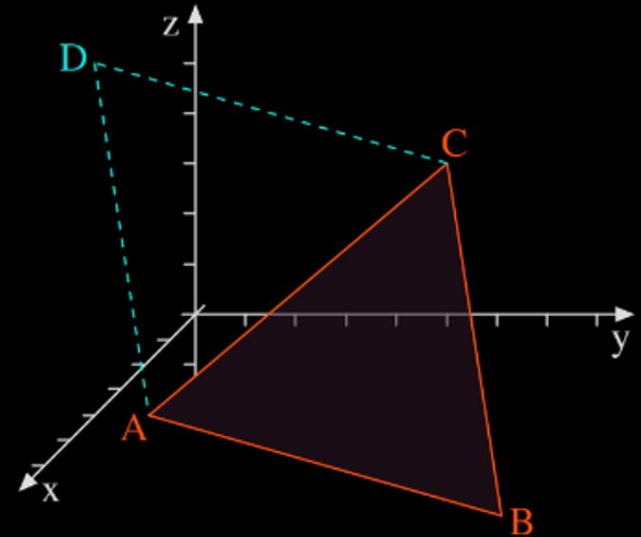
Eine dreiseitige Pyramide hat die Grundfläche ABC mit A(1|-1|-2), B(5|3|-2), C(-1|6|-2) und die Spitze S(2|3|4).

- Zeichnen Sie die Pyramide.
- Bestimmen Sie die Seitenkantenvektoren \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} und \overrightarrow{AS} .
- M sei der Mittelpunkt der Kante \overline{AB} . Wie lautet der Vektor \overrightarrow{AM} ?

Beispiel: Dreieck/Parallelogramm

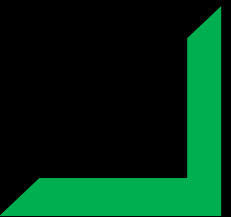
Gegeben ist das Dreieck ABC mit den Eckpunkten A(6|2|1), B(4|8|-2) und C(0|5|3) (siehe Abb.).

- Zeigen Sie, dass das Dreieck gleichschenkelig ist, aber nicht gleichseitig.
- Der Punkt D ergänzt das Dreieck zu einem Parallelogramm. Bestimmen Sie die Koordinaten von D.





Big56-59



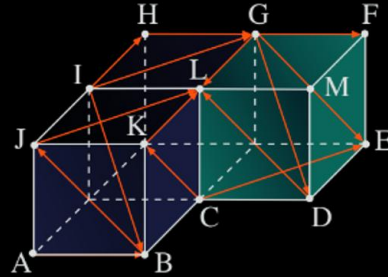


Big60

12. Würfelgruppe

Der abgebildete Körper setzt sich aus drei gleich großen Würfeln zusammen.

- Welche der eingezeichneten Pfeile gehören zum gleichen Vektor?
- Begründen Sie, weshalb die Pfeile \overrightarrow{JH} , \overrightarrow{KL} und \overrightarrow{GL} nicht zu dem gleichen Vektor gehören, obwohl sie parallel zueinander sind.



13. Pfeile eines Vektors

Die Pfeile \overrightarrow{AB} und \overrightarrow{CD} sollen zum gleichen Vektor gehören. Bestimmen Sie die Koordinaten des jeweils fehlenden Punktes.

- | | |
|------------------------------------|---------------------------------------|
| a) A(-3 4), B(5 -7), D(8 11) | b) A(3 2), C(8 -7), D(11 15) |
| c) B(3 8), C(3 -2), D(8 5) | d) A(3 a), B(2 b), C(4 3) |
| e) A(-3 5 -2), C(1 -4 2), D(3 3 3) | f) A(3 3 4), B(-1 4 0), D(2 1 8) |
| g) A(1 8 -7), B(0 0 0), D(3 3 7) | h) A(a a a), B(a+1 a+2 3), D(a 2 a-1) |

14. Verschiebungsvektor

Bestimmen Sie die Koordinatendarstellung des Vektors $\vec{a} = \overrightarrow{PQ}$.

- | | | | | |
|-----------|------------|-----------|--------------|--------------|
| a) P(2 4) | b) P(-3 5) | c) P(1 a) | d) P(4 4 -2) | e) P(1 -3 7) |
| Q(3 8) | Q(7 -2) | Q(3 2a+1) | Q(1 5 5) | Q(4 0 -3) |

15. Verschiebungsvektor

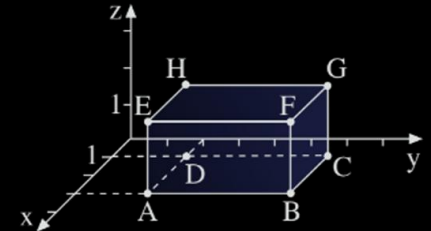
Der Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ verschiebt den Punkt P in den Punkt Q. Bestimmen Sie P bzw. Q.

- | | | | | |
|-------------|-------------|--------------|---|---|
| a) P(3 2 1) | b) Q(0 0 0) | c) P(3 -2 4) | d) Q(1 0 2) | e) P(4 -3 0) |
| f) P(0 0 0) | g) P(1 a 1) | h) Q(a 3 0) | i) Q(q ₁ q ₂ q ₃) | j) P(p ₁ p ₂ p ₃) |

16. Betrag eines Vektors

Der abgebildete Quader habe die Maße $4 \times 2 \times 2$. Bestimmen Sie die Koordinatendarstellung zu allen angegebenen Vektoren sowie ihre Beträge.

\overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AD} , \overrightarrow{AE} , \overrightarrow{AF} , \overrightarrow{AG} , \overrightarrow{AH} , \overrightarrow{BC} ,
 \overrightarrow{BH} , \overrightarrow{CD} , \overrightarrow{CH} , \overrightarrow{DA} , \overrightarrow{DB} , \overrightarrow{DC} , \overrightarrow{EB} ,
 \overrightarrow{EC} , \overrightarrow{ED} , \overrightarrow{EG} , \overrightarrow{FD} , \overrightarrow{FG} , \overrightarrow{FH} , \overrightarrow{HG} .



17. Betrag eines Vektors

- Bestimmen Sie die Beträge der Vektoren $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 32 \\ 8 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 \\ -15 \\ -20 \end{pmatrix}$.
- Für welchen Wert von a hat der Vektor $\begin{pmatrix} 2a \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ den Betrag 15?