

# Mathematik Q2 Abels





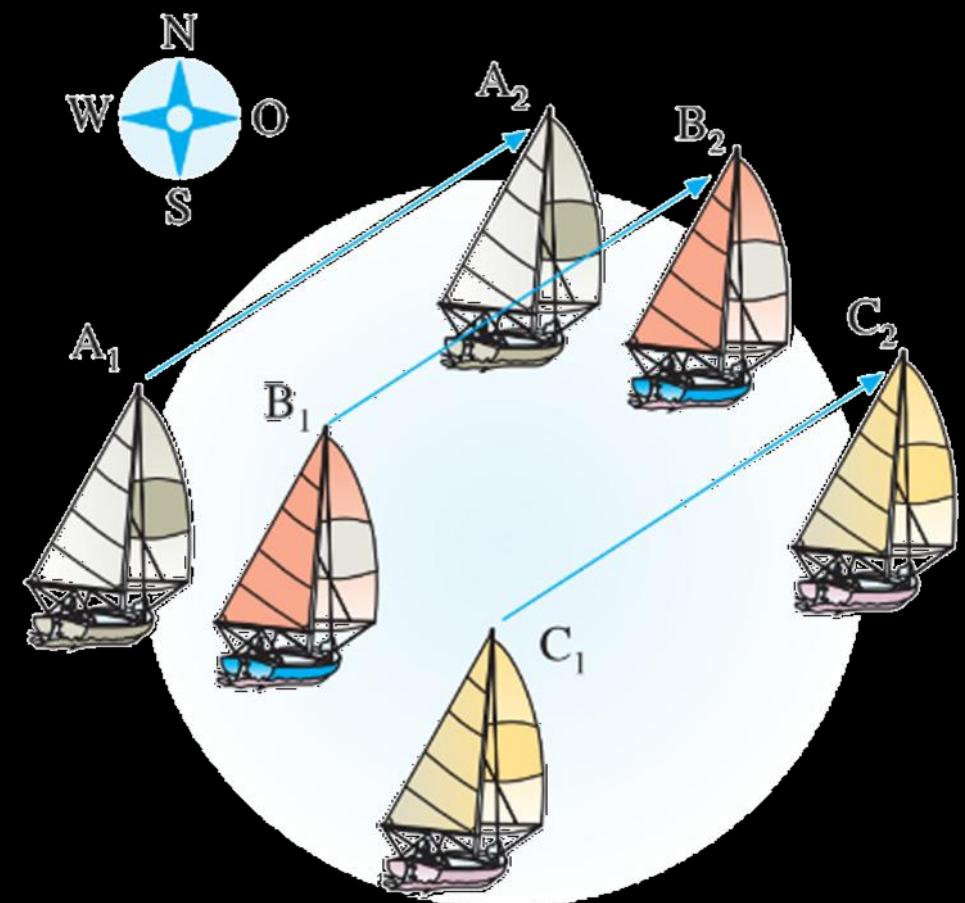
# Kopfübung

- 
- 
- 



# Vektoren

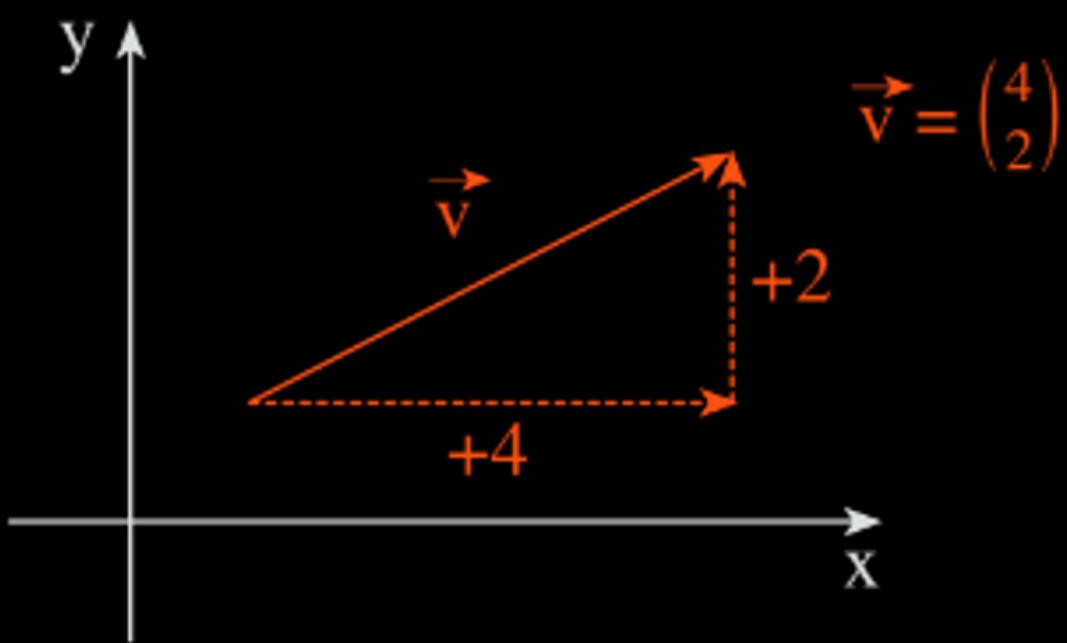
Bei einer Seglerflotte, die innerhalb eines gewissen Zeitraumes unter dem Einfluss des Windes abtreibt, werden alle Schiffe in gleicher Weise verschoben.



Wie könntest du jemandem die Verschiebung beschreiben?

# Vektor

Ein Vektor ist eine Pfeilklass, also eine Klasse an Pfeilen mit gleicher Länge und gleicher Richtung.



## Spaltenvektoren in der Ebene

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$$

## Spaltenvektoren im Raum

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$$

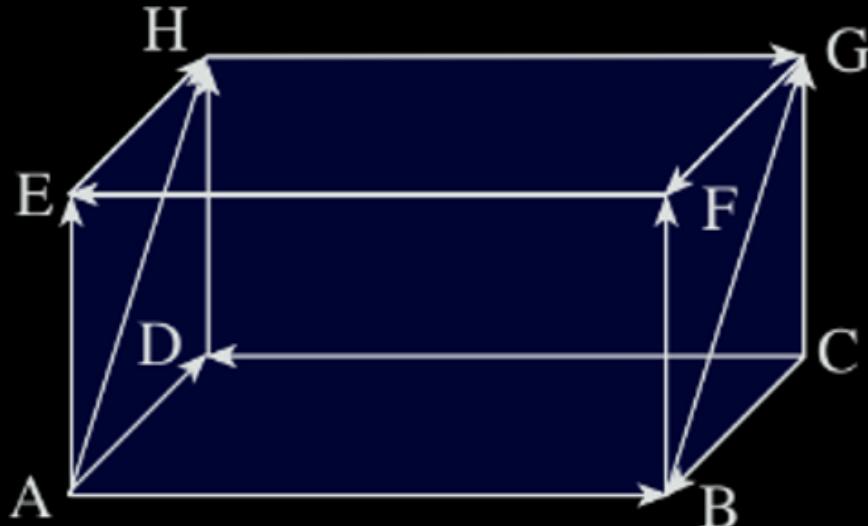


Big55

### Übung 1 Pfeile im Quader

Welche der auf dem Quader eingezeichneten Pfeile gehören zum Vektor  $\vec{a}$ ?

- a)  $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$
- b)  $\vec{a} = \overrightarrow{EH}$
- c)  $\vec{a} = \overrightarrow{DH}$
- d)  $\vec{a} = \overrightarrow{CD}$
- e)  $\vec{a} = \overrightarrow{HG}$
- f)  $\vec{a} = \overrightarrow{AH}$



### Übung 2 Spaltenvektoren

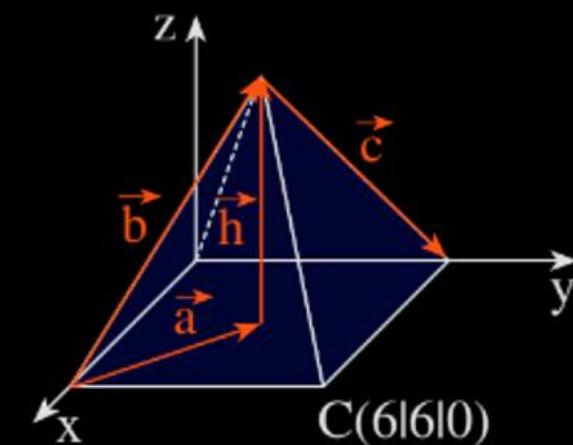
Der in der Übung 1 dargestellte Quader habe die Maße  $6 \times 4 \times 3$  (Tiefe  $\times$  Breite  $\times$  Höhe). Der Koordinatenursprung liege im Punkt D. Die Koordinatenachsen seien parallel zu den Quaderkanten.

Stellen Sie die folgenden Vektoren als Spaltenvektoren dar.

- a)  $\overrightarrow{CB}$
- b)  $\overrightarrow{BC}$
- c)  $\overrightarrow{AE}$
- d)  $\overrightarrow{AH}$
- e)  $\overrightarrow{BH}$
- f)  $\overrightarrow{BG}$
- g)  $\overrightarrow{DG}$
- h)  $\overrightarrow{DC}$
- i)  $\overrightarrow{AC}$

### Übung 3 Pyramide

Dargestellt ist eine regelmäßige Pyramide mit der Höhe 6. Stellen Sie die eingezeichneten Vektoren in Spaltenform dar.





Big55

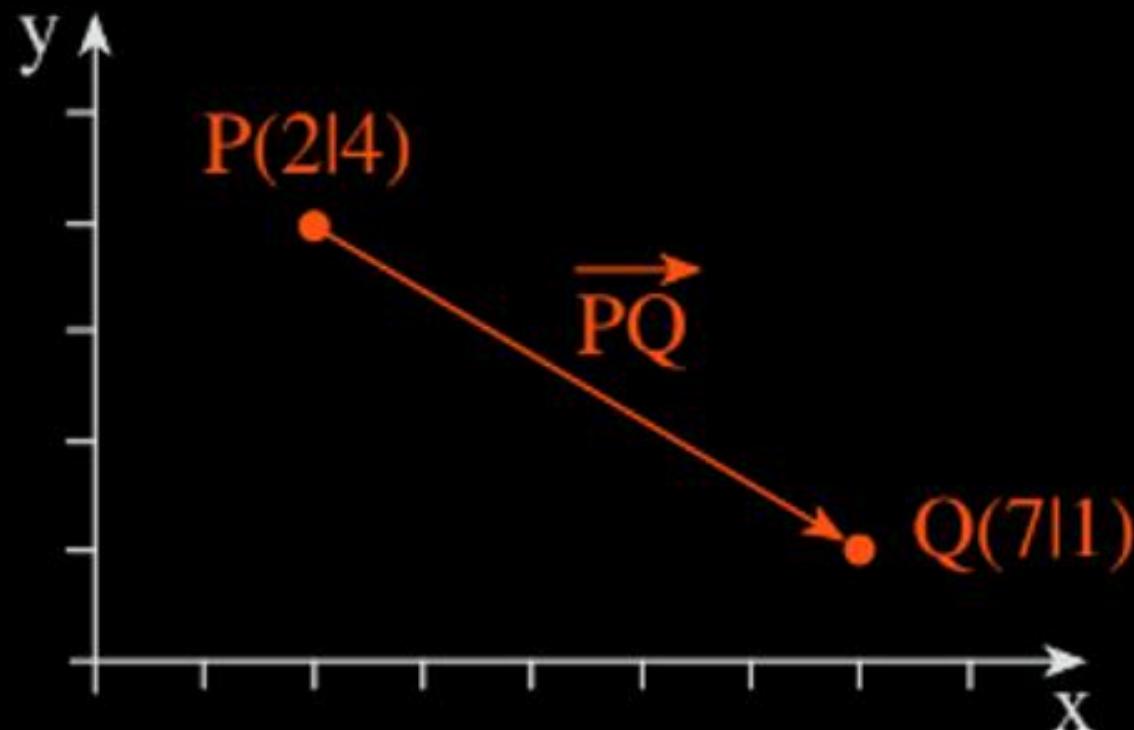


Wie würdest du jemandem beschreiben, wie ...

... du von Punkt P zum Punkt Q kommst?

... du vom Ursprung zum Punkt P kommst?

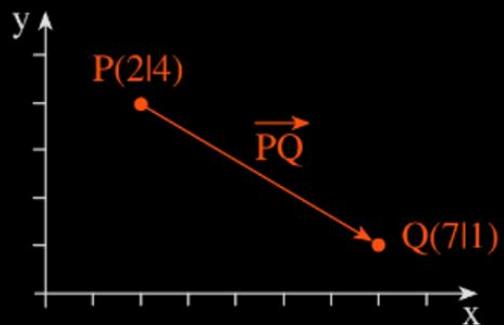
... lang der schnellste Weg von P nach Q ist?





# Vektor (Forts.)

## Der Verschiebungsvektor $\overrightarrow{PQ}$



$$\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} 7 - 2 \\ 1 - 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix}$$

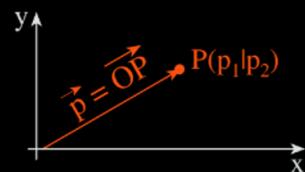
Ebene:  $P(p_1|p_2), Q(q_1|q_2)$

$$\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} q_1 - p_1 \\ q_2 - p_2 \end{pmatrix}$$

Raum:  $P(p_1|p_2|p_3), Q(q_1|q_2|q_3)$

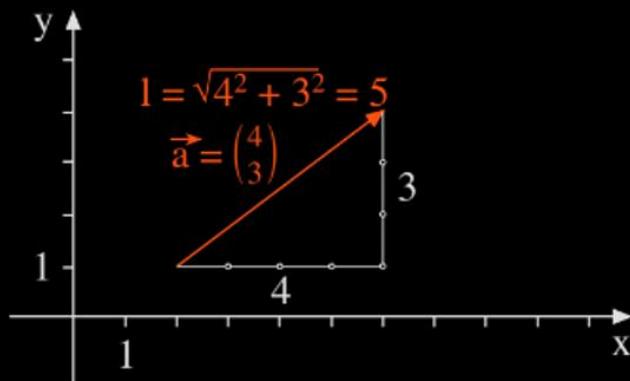
$$\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} q_1 - p_1 \\ q_2 - p_2 \\ q_3 - p_3 \end{pmatrix}$$

## Der Ortsvektor $\overrightarrow{OP}$ eines Punktes



$$\vec{p} = \overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} \text{ bzw. } \vec{p} = \overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix}$$

## Der Betrag eines Vektors



$$\left\| \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \right\| = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$$

Betrag eines Spaltenvektors in der Ebene:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

Betrag eines Spaltenvektors im Raum:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$



# Big56-59

## Übung 4 Verschiebungsvektor

Bestimmen Sie die Koordinaten von  $\overrightarrow{PQ}$ .

- |                |                 |
|----------------|-----------------|
| a) $P(2 1)$    | b) $P(2 -3)$    |
| $Q(6 4)$       | $Q(-2 1)$       |
| c) $P(1 2 -3)$ | d) $P(-4 -3 5)$ |
| $Q(5 6 1)$     | $Q(2 3 -1)$     |
| e) $P(3 4 7)$  | f) $P(1 4 a)$   |
| $Q(2 6 2)$     | $Q(a -3 2a+1)$  |

## Übung 6 Betrag eines Vektors

Bestimmen Sie den Betrag des gegebenen Vektors.

- |   |  |   |  |   |  |
|---|--|---|--|---|--|
| a) $\begin{pmatrix} 1 \\ a \end{pmatrix}$ | b) $\begin{pmatrix} 5 \\ 12 \end{pmatrix}$ | c) $\begin{pmatrix} -3 \\ -5 \end{pmatrix}$ | d) $\begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 12 \end{pmatrix}$ | e) $\begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 12 \end{pmatrix}$ | f) $\begin{pmatrix} 3a \\ 0 \\ 4a \end{pmatrix}$ |
|---|--|---|--|---|--|

## Übung 7 Parameteraufgabe

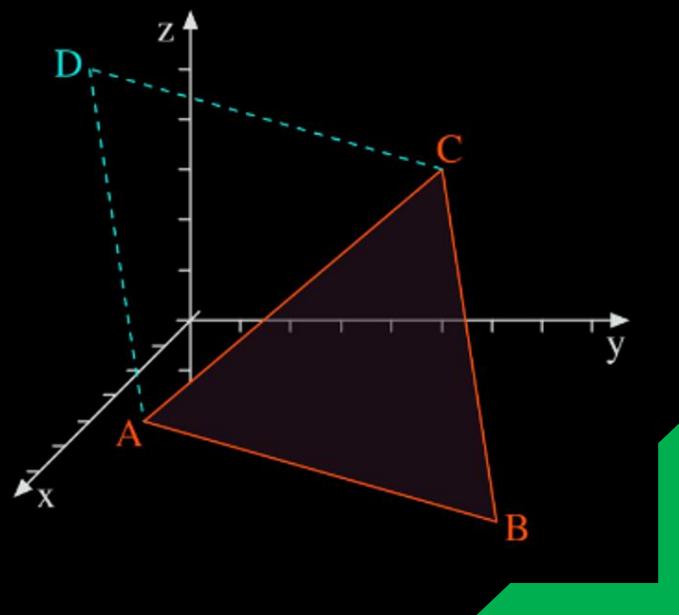
Stellen Sie fest, für welche  $t \in \mathbb{R}$  die folgenden Bedingungen gelten.

- |  |   |   |
|--|---|---|
| a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} t \\ 2t \end{pmatrix}$ , $ \vec{a}  = 1$ | b) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ t \end{pmatrix}$ , $ \vec{a}  = t+1$ | c) $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2t \\ t \\ 2t \end{pmatrix}$ , $ \vec{a}  = 5$ |
|--|---|---|

## Beispiel: Dreieck/Parallelogramm

Gegeben ist das Dreieck ABC mit den Eckpunkten  $A(6|2|1)$ ,  $B(4|8|-2)$  und  $C(0|5|3)$  (siehe Abb.).

- Zeigen Sie, dass das Dreieck gleichschenklig ist, aber nicht gleichseitig.
- Der Punkt D ergänzt das Dreieck zu einem Parallelogramm. Bestimmen Sie die Koordinaten von D.





Big56-59



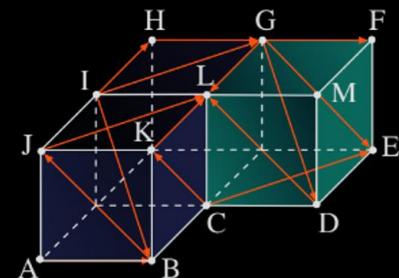


# Big60

## 12. Würfelgruppe

Der abgebildete Körper setzt sich aus drei gleich großen Würfeln zusammen.

- a) Welche der eingezeichneten Pfeile gehören zum gleichen Vektor?
- b) Begründen Sie, weshalb die Pfeile  $\overrightarrow{JH}$ ,  $\overrightarrow{KL}$  und  $\overrightarrow{GL}$  nicht zu dem gleichen Vektor gehören, obwohl sie parallel zueinander sind.



## 13. Pfeile eines Vektors

Die Pfeile  $\overrightarrow{AB}$  und  $\overrightarrow{CD}$  sollen zum gleichen Vektor gehören. Bestimmen Sie die Koordinaten des jeweils fehlenden Punktes.

- a) A(-3|4), B(5|-7), D(8|11)
- b) A(3|2), C(8|-7), D(11|15)
- c) B(3|8), C(3|-2), D(8|5)
- e) A(-3|5|-2), C(1|-4|2), D(3|3|3)
- g) A(1|8|-7), B(0|0|0), D(3|3|7)

- d) A(3|a), B(2|b), C(4|3)
- f) A(3|3|4), B(-1|4|0), D(2|1|8)
- h) A(a|a|a), B(a+1|a+2|3), D(a|2|a-1)

## 14. Verschiebungsvektor

Bestimmen Sie die Koordinatendarstellung des Vektors  $\vec{a} = \overrightarrow{PQ}$ .

- a) P(2|4)      b) P(-3|5)      c) P(1|a)      d) P(4|4|-2)      e) P(1|-3|7)
- Q(3|8)      Q(7|-2)      Q(3|2a+1)      Q(1|5|5)      Q(4|0|-3)

## 15. Verschiebungsvektor

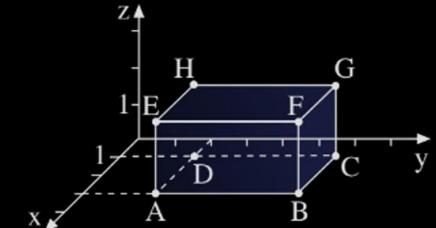
Der Vektor  $\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$  verschiebt den Punkt P in den Punkt Q. Bestimmen Sie P bzw. Q.

- a) P(3|2|1)      b) Q(0|0|0)      c) P(3|-2|4)      d) Q(1|0|2)      e) P(4|-3|0)
- f) P(0|0|0)      g) P(1|a|1)      h) Q(a|3|0)      i) Q(q<sub>1</sub>|q<sub>2</sub>|q<sub>3</sub>)      j) P(p<sub>1</sub>|p<sub>2</sub>|p<sub>3</sub>)

## 16. Betrag eines Vektors

Der abgebildete Quader habe die Maße  $4 \times 2 \times 2$ . Bestimmen Sie die Koordinatendarstellung zu allen angegebenen Vektoren sowie ihre Beträge.

$\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AD}$ ,  $\overrightarrow{AE}$ ,  $\overrightarrow{AF}$ ,  $\overrightarrow{AG}$ ,  $\overrightarrow{AH}$ ,  $\overrightarrow{BC}$ ,  
 $\overrightarrow{BH}$ ,  $\overrightarrow{CD}$ ,  $\overrightarrow{CH}$ ,  $\overrightarrow{DA}$ ,  $\overrightarrow{DB}$ ,  $\overrightarrow{DC}$ ,  $\overrightarrow{EB}$ ,  
 $\overrightarrow{EC}$ ,  $\overrightarrow{ED}$ ,  $\overrightarrow{EG}$ ,  $\overrightarrow{FD}$ ,  $\overrightarrow{FG}$ ,  $\overrightarrow{FH}$ ,  $\overrightarrow{HG}$ .



## 17. Betrag eines Vektors

- a) Bestimmen Sie die Beträge der Vektoren  $\begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ 8 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 32 \\ 8 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ 5 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 0 \\ -15 \\ -20 \end{pmatrix}$ .

- b) Für welchen Wert von a hat der Vektor  $\begin{pmatrix} 2a \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$  den Betrag 15?