

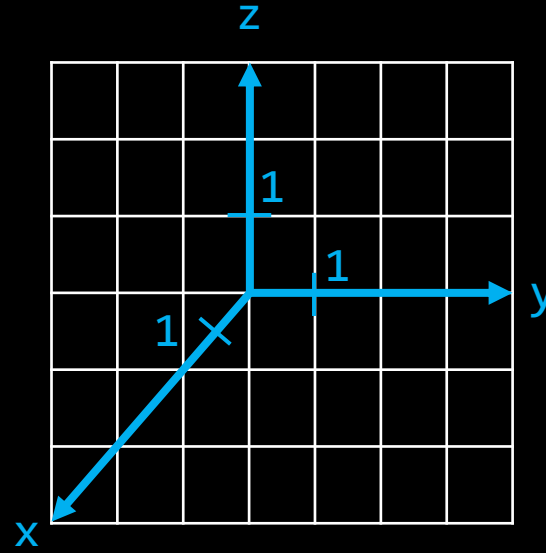
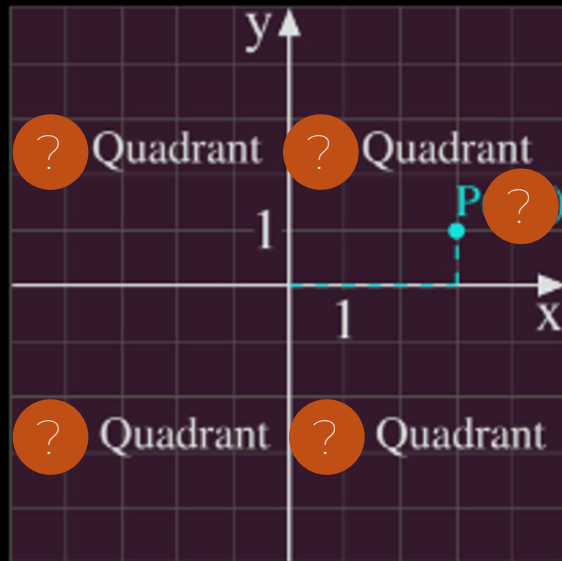
Mathematik Q2 Abels



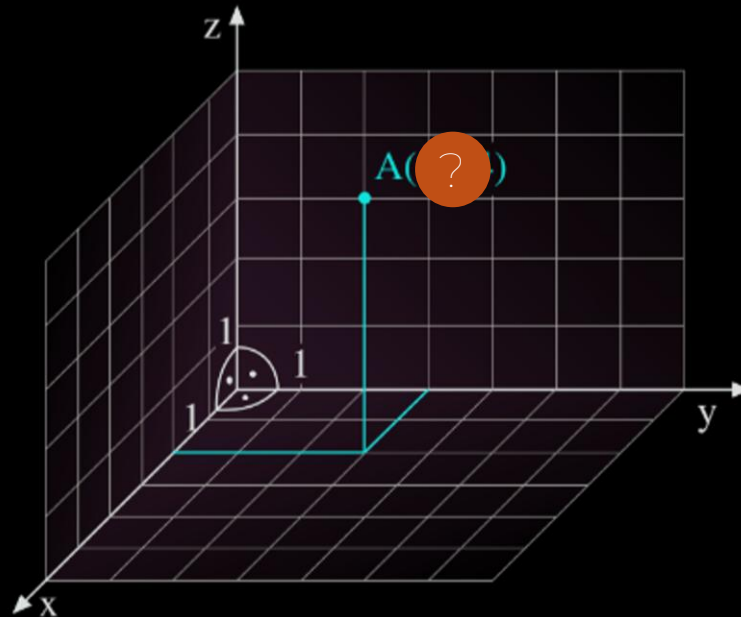


Kopfübung

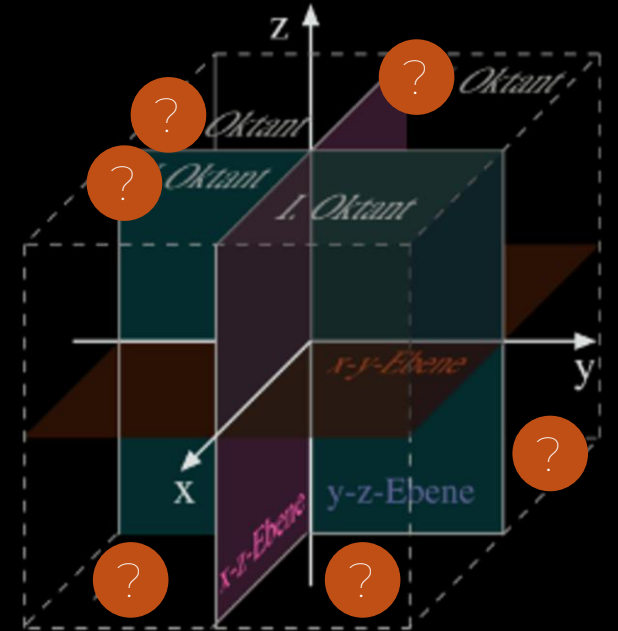
Zweidimensionales Koordinatensystem:



Dreidimensionales Koordinatensystem:



Koordinatenebenen und Oktanten:



Punkte im Koordinatensystem

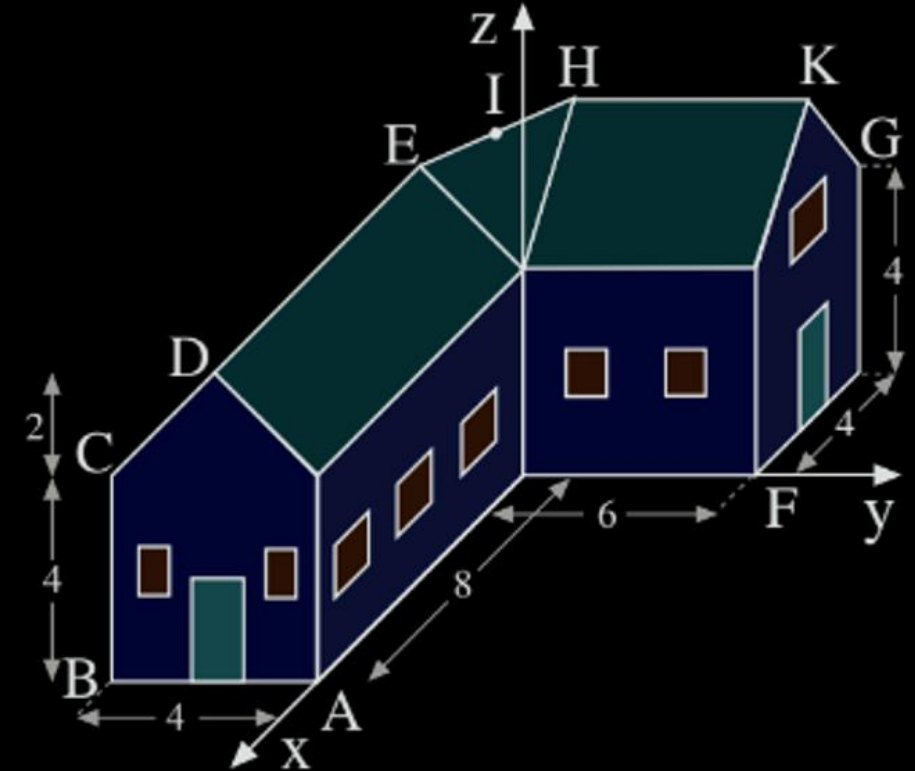


Big45

Beispiel: Punktkoordinaten

Rechts ist ein Haus im Schrägbild dargestellt. Die Maße (in m) sind eingezeichnet.

- Bestimmen Sie die Koordinaten der Ecken A bis K des rechts dargestellten Hauses.
- Welche Punkte liegen im zweiten bzw. im dritten bzw. im vierten Oktanten des Koordinatensystems?





Big45

Lösung zu a:

Wir lesen die Koordinaten der Punkte aus der Zeichnung ab. Beispielsweise kommt man vom Ursprung zum Punkt D, indem man 8 Einheiten in Richtung der x-Achse geht, dann -2 Einheiten in Richtung der y-Achse und schließlich 6 Einheiten in Richtung der z-Achse. Resultat: D(8|-2|6)
Am schwierigsten ist der Punkt I zu bestimmen, der in der Mitte zwischen E und H liegt.

Er hat die Koordinaten I(-1|-1|6).

Lösung zu b:

Im zweiten Oktanten liegen alle Punkte mit $x < 0$, $y > 0$ und $z > 0$, also G und K. Im 3. Oktanten liegt nur I. Im 4. Oktanten liegen alle Punkte mit $x > 0$, $y < 0$ und $z > 0$, also C und D.

Die Punkte A, B, E, F und H liegen auf den Koordinatenachsen bzw. den Koordinatenebenen und gehören folglich keinem Oktanten an (vgl. Fußnote S.44).

Koordinaten der Eckpunkte:

A(8 0 0)	F(0 6 0)
B(8 -4 0)	G(-4 6 4)
C(8 -4 4)	H(-2 0 6)
D(8 -2 6)	I(-1 -1 6)
E(0 -2 6)	K(-2 6 6)

Lage der Punkte in den Oktanten:

Oktant II: $x < 0$, $y > 0$, $z > 0$;
G und K

Oktant III: $x < 0$, $y < 0$, $z > 0$
nur I

Oktant IV: $x > 0$, $y < 0$, $z > 0$
C und D

In keinem Oktanten: $x = 0$, $y = 0$ oder $z = 0$;
A, B, E, F und H

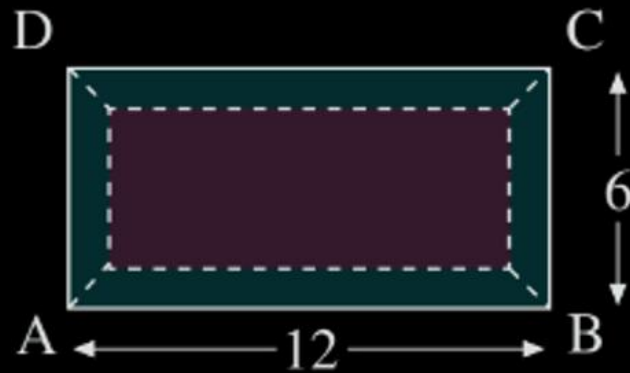




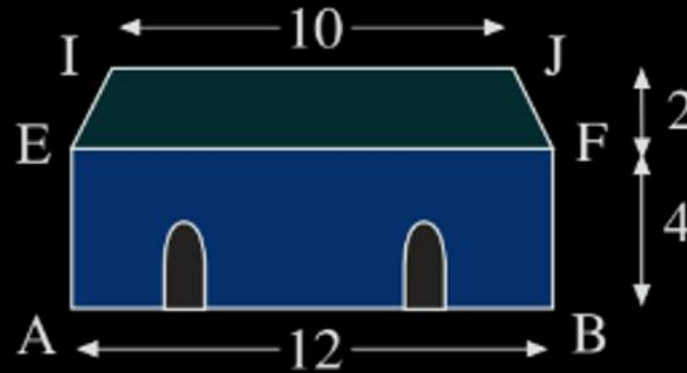
Big46

Beispiel: Schrägbild aus Rissen konstruieren

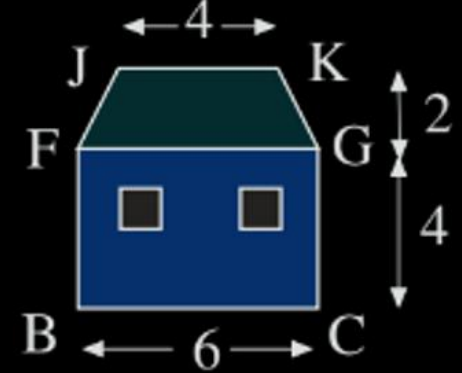
Für die Planung eines neuen Gebäudes wurden Risse mit den Maßen erstellt, und zwar ein Grundriss, ein Aufriss und ein Seitenriss. Zur Veranschaulichung für den Bauherrn soll aus den Rissen ein Schrägbild des Gebäudes konstruiert werden. Führen Sie die Konstruktion durch.



GRUNDRISS



AUFRISS



SEITENRISS



Big46

Lösung:

Wir stellen das Gebäude im 1. Oktanten des dreidimensionalen Koordinatensystems achsenparallel auf. Die Ecke D liegt im Ursprung.

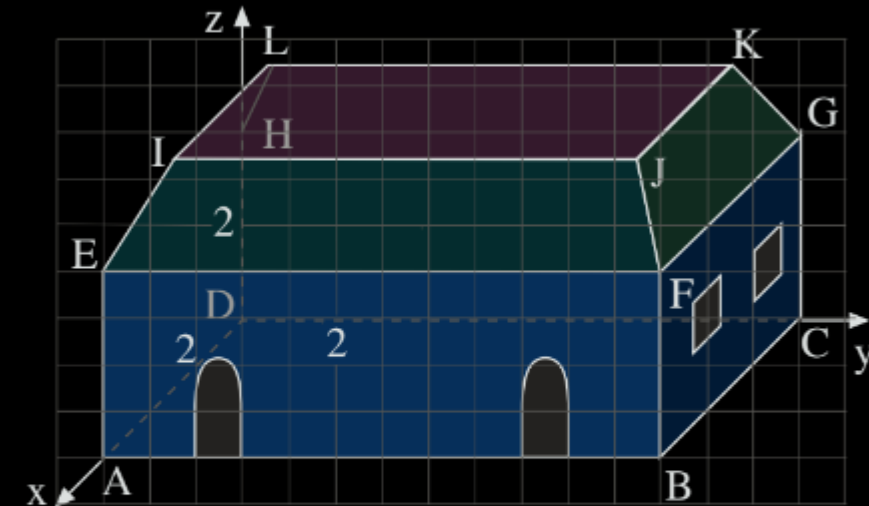
Der Grundriss hat dann die Ecken A (6|0|0), B (6|12|0), C (0|12|0) und D (0|0|0).

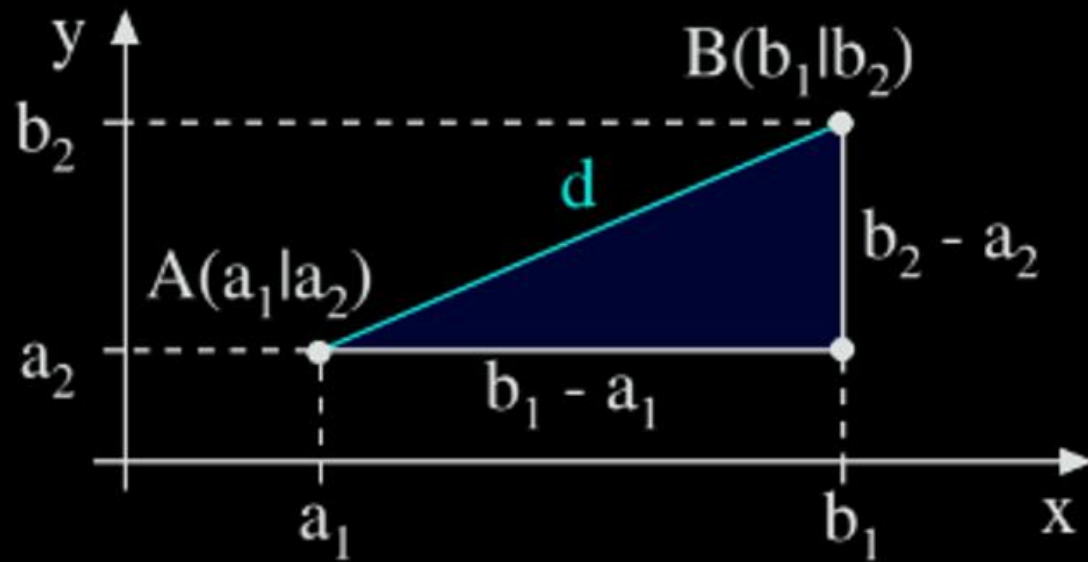
Darüber liegen die Ecken E (6|0|4), F (6|12|4), G (0|12|4) und H (0|0|4) der Geschossdecke.

Schließlich hat die Dachoberseite die Eckpunkte I (5|1|6), J (5|11|6), K (1|11|6) und L (1|1|6).

Nun tragen wir die Punkte in einem Koordinatensystem mit geeignetem Maßstab ein und zeichnen die benötigten Kanten ein.

Schrägbild des Gebäudes:

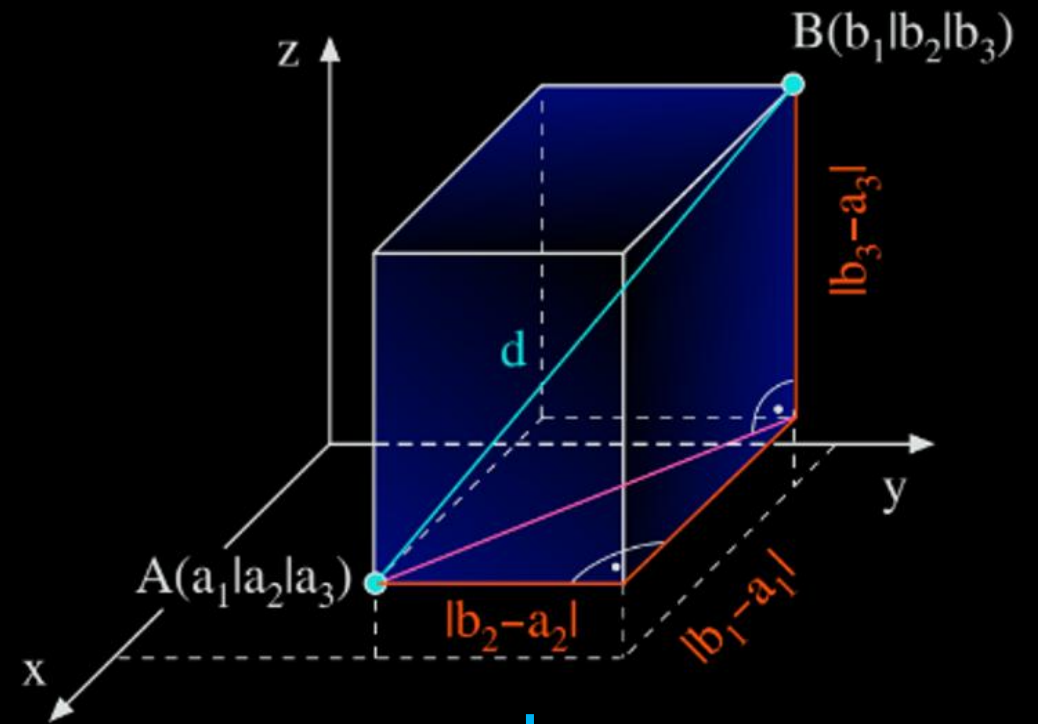




Abstand zweier Punkte in der Ebene

Die Punkte $A(a_1|a_2)$ und $B(b_1|b_2)$ besitzen den Abstand

$$|AB| = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2}$$



Abstand zweier Punkte im Raum

Die Punkte $A(a_1|a_2|a_3)$ und $B(b_1|b_2|b_3)$ besitzen den Abstand

$$|AB| = \text{???}$$

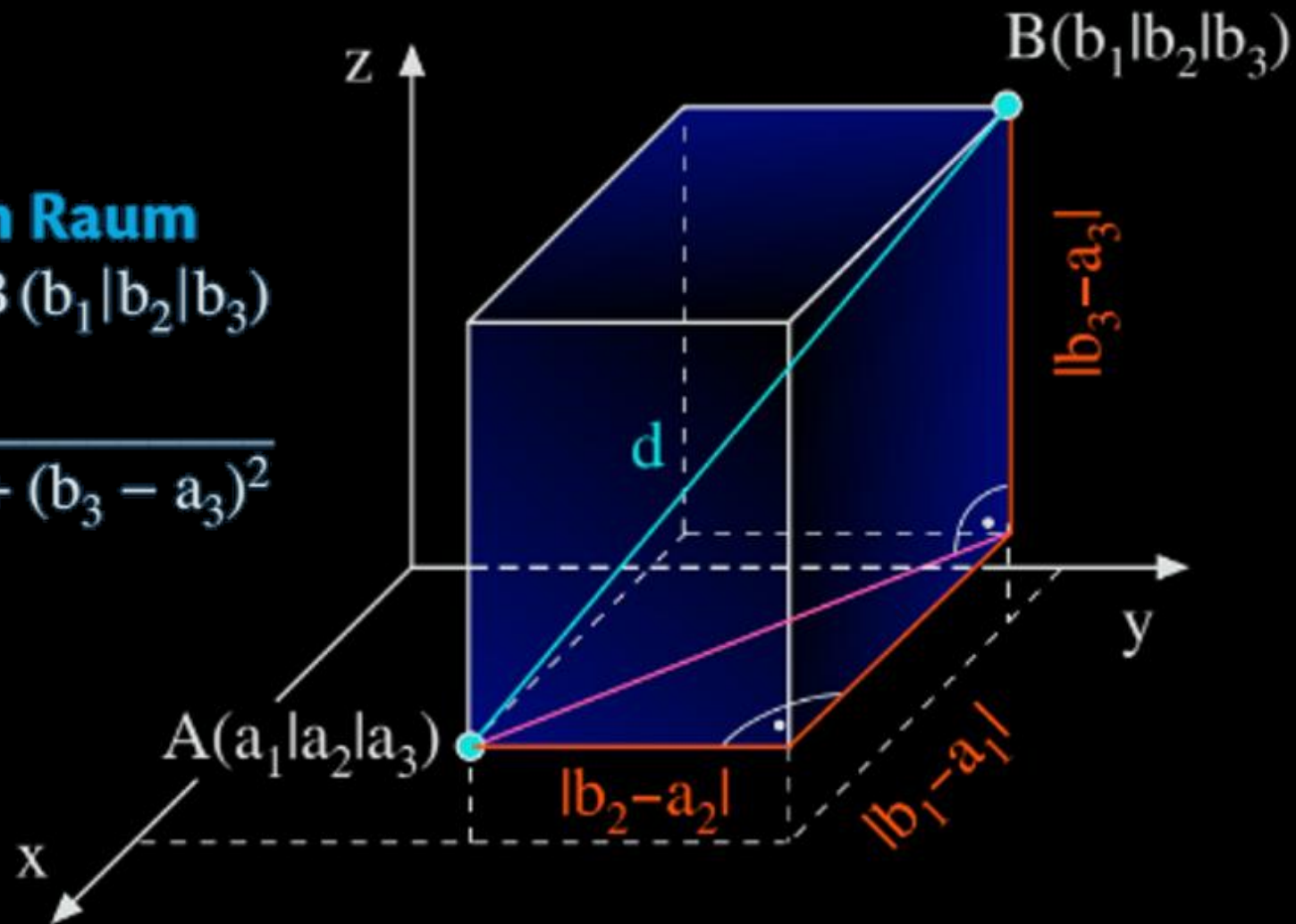
Punkte im Koordinatensystem



Abstand zweier Punkte im Raum

Die Punkte $A(a_1|a_2|a_3)$ und $B(b_1|b_2|b_3)$ besitzen den Abstand

$$|AB| = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2 + (b_3 - a_3)^2}$$





Big50

Übung 16 Punktabstand

Berechnen Sie den Abstand der Punkte A und B.

- a) $A(4|2)$, $B(10|10)$
- b) $A(1|-1|2)$, $B(4|5|8)$
- c) $A(-5|3|0)$, $B(-1|7|7)$

Übung 18 Gleichschenklige Dreiecke

Untersuchen Sie, ob das Dreieck ABC gleichschenkelig ist.

- a) $A(4|4|4)$, $B(10|10|7)$, $C(7|4|1)$
- b) $A(6|2|8)$, $B(3|6|3)$, $C(2|6|8)$
- c) $A(0|2|4)$, $B(3|8|2)$, $C(2|5|10)$
- d) $A(2|2|2)$, $B(4|4|6)$, $C(6|0|4)$
- e) $A(0|1|a)$, $B(4|1|0)$, $C(0|7|0)$

Übung 17 Parameter

Für welche Werte des Parameters a besitzen die Punkte A und B den Abstand d ?

- a) $A(4|2)$, $B(9|a)$, $d = 13$
- b) $A(1|2|3)$, $B(2|a|11)$, $d = 9$
- c) $A(1|-1|4)$, $B(3|2|a)$, $d = 7$

Übung 19 Rechtwinklige Dreiecke

Ist das Dreieck ABC rechtwinklig?

- a) $A(1|1|2)$, $B(3|1|0)$, $C(2|2|3)$
- b) $A(6|2|8)$, $B(2|6|8)$, $C(3|6|3)$

Übung 20 Raute oder Quadrat

Ist das Viereck ABCD eine Raute oder ein Quadrat? $A(2|4|2)$, $B(4|5|0)$, $C(5|7|2)$, $D(3|6|4)$



Big50





23. Würfel

Ein Würfel besitzt als Grundfläche das Quadrat ABCD und als Deckfläche das Quadrat EFGH.

Dabei gelte: $A(3|2|1)$, $B(3|6|1)$, $G(-1|6|5)$.

- Zeichnen Sie in ein räumliches Koordinatensystem ein Schrägbild des Würfels.
- Bestimmen Sie die fehlenden Koordinaten von C, D, E, F und H.
- Bestimmen Sie die Koordinaten des Mittelpunktes M_1 der Seitenfläche BCGF und die Koordinaten des Würfelmittelpunktes M.
- Berechnen Sie die Länge der Flächendiagonalen \overline{BG} sowie die Länge der Raumdiagonalen \overline{AG} des Würfels.

