

Mathematik 9 Abels





Kopfübung

- $x^2 = 4$
- $4x^2 + 12 = 0$
- $8 - x^2 = -41$



Wie funktioniert der Satz vom
Nullprodukt?

Finde zu jeder Gleichung drei unterschiedliche Paare a und b , sodass die Gleichung erfüllt ist.

$$a \cdot b = 102$$

$$a \cdot b = 24$$

$$a \cdot b = 0$$

Warum ist es bei $a \cdot b = 0$ besonders einfach?



Satz vom Nullprodukt

$$a \cdot b = 0 \iff a = 0 \text{ oder } b = 0$$

Beispiele:

$$(x + 1) \cdot (x - 2) = 0 \quad | \text{SvN}$$

$$(x + 1) = 0 \text{ oder } (x - 2) = 0$$

$$x = -1$$

$$x = 2$$

$$L = \{-1; 2\}$$

$$2x^2 - x = 0 \quad | \text{ausklammern}$$

$$x \cdot (2x - 1) = 0 \quad | \text{SvN}$$

$$x = 0 \text{ oder } (2x - 1) = 0$$

$$x = 0,5$$

$$L = \{0; 0,5\}$$



Fun158,159 – leicht

1. Nutze den Satz vom Nullprodukt und löse die Gleichung.

a) $x \cdot (x + 1) = 0$ b) $(x + 2) \cdot x = 0$ c) $(x - 13) \cdot (x - 1) = 0$ d) $\left(x - \frac{3}{2}\right) \cdot x = 0$

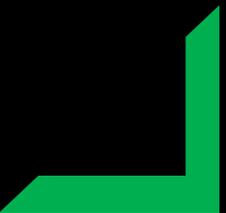
e) $2x \cdot (x + 4) = 0$ f) $(0,5x - 9) \cdot x = 0$ g) $4x \cdot (x + 1,1) = 0$ h) $\left(x + \frac{15}{12}\right) \cdot x = 0$

2. Löse die Gleichung.

a) $(2x - 1) \cdot 3 = 0$ b) $x(x - 1) = 0$ c) $4x(3x - 1) = 0$ d) $(x - 8,25) \cdot 3x = 0$
e) $\left(4x - \frac{1}{2}\right)x = 0$ f) $0 = 4x(4x + 1)$ g) $0 = (1,5 + x)x$ h) $0 = \left(\frac{9}{4} - x\right)(x - \sqrt{5})$

7. Ermittle alle Lösungen der Gleichung.

a) $2(x - 5) \cdot (x + 17) = 0$ b) $(\sqrt{7} - x) \cdot (x^2 - 1) = 0$ c) $0 = (144 - x^2) \cdot 7x^2$
d) $x \cdot (x^2 + 1) = 0$ e) $(x^2 - 5) \cdot 3(x^2 - 9) = 0$ f) $0 = 17x \cdot (x^2 + 5) \cdot 3$





Fun158,159



Seite 158 | Aufgabe 1

a) $L = \{0; -1\}$

b) $L = \{-2; 0\}$

c) $L = \{13; 1\}$

d) $L = \left\{\frac{3}{2}; 0\right\}$

e) $L = \{0; -4\}$

f) $L = \{18; 0\}$

g) $L = \{0; -1,1\}$

h) $L = \left\{-\frac{15}{12}; 0\right\}$

Seite 158 | Aufgabe 2

a) $L = \left\{\frac{1}{2}\right\}$

b) $L = \{0; 1\}$

c) $L = \left\{0; \frac{1}{3}\right\}$

d) $L = \{8,25; 0\}$

e) $L = \left\{\frac{1}{8}; 0\right\}$

f) $L = \left\{0; -\frac{1}{4}\right\}$

g) $L = \{-1,5; 0\}$

h) $L = \left\{\frac{9}{4}; \sqrt{5}\right\}$

Seite 159 | Aufgabe 7

a) $L = \{5; -17\}$

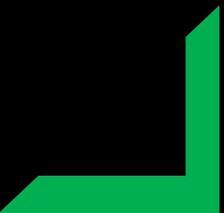
b) $L = \{\sqrt{7}; 1; -1\}$

c) $L = \{12; -12; 0\}$

d) $L = \{0\}$

e) $L = \{\sqrt{5}; -\sqrt{5}; 3; -3\}$

f) $L = \{0\}$





Fun158,159 – mittel

3. Klammere zunächst x aus. Löse dann die Gleichung.

a) $x^2 - 6x = 0$

b) $0 = x^2 + 3,5x$

c) $8x + x^2 = 0$

d) $-1,5x + x^2 = 0$

e) $4x^2 + 36x = 0$

f) $30x - 2x^2 = 0$

g) $144x + 60x^2 = 0$

h) $-0,5x^2 - 3x = 0$

5. a) Stelle jeweils eine Gleichung mit der gegebenen Lösungsmenge auf.

① $L = \{2; 5\}$

② $L = \{-3,5; 10\}$

③ $L = \{0; 6\}$

④ $L = \{-4; 0\}$

b) Gib zu den Lösungsmengen aus a) jeweils eine zweite Gleichung an.

Erkläre deine Vorgehensweise.

6. Forme so um, dass auf einer Seite der Gleichung 0 steht. Löse dann die Gleichung.

Überprüfe die Lösungen durch Einsetzen in die Ausgangsgleichung.

a) $42x = x^2$

b) $-x^2 = 2,5x$

c) $6x^2 = 18x$

d) $4y^2 + 3 = 2y + 3$



Fun158,159



Seite 158 | Aufgabe 3

a) $L = \{0; 6\}$

b) $L = \{0; -3,5\}$

c) $L = \{0; -8\}$

d) $L = \{0; 1,5\}$

e) $L = \{0; -9\}$

f) $L = \{0; 15\}$

g) $L = \left\{0; -\frac{12}{5}\right\}$

h) $L = \{0; -6\}$

Seite 159 | Aufgabe 5

Individuelle Lösungen, zum Beispiel:

a) ① $x^2 - 7x + 10 = 0$

② $(x + 3,5)(x - 10) = 0$

③ $x^2 - 6x = 0$

④ $x^2 + 4x = 0$

b) ① $2x^2 - 14x + 20 = 0$

② $2(x + 3,5)(x - 10) = 0$

③ $2x^2 - 12x = 0$

④ $2x^2 + 8x = 0$

Man kann die Gleichungen mit einer Zahl verschieden von Null multiplizieren, ohne die Lösungsmenge zu verändern.

Seite 159 | Aufgabe 6

a) $0 = x^2 - 42x$

$L = \{0; 42\}$

b) $0 = x^2 + 2,5x$

$L = \{0; -2,5\}$

c) $0 = 6x^2 - 18x$

$L = \{0; 3\}$

d) $0 = 4y^2 - 2y$

$L = \left\{0; \frac{1}{2}\right\}$



Fun158,159 – schwer

11. Satz vom Nullprodukt bei höheren Potenzen: Der Satz vom Nullprodukt kann auch für höhere Potenzen genutzt werden. Ermittle alle Lösungen der Gleichung, indem du zunächst ausklammerst.

Beispiel: $4x^3 + 2x^2 = 0$

$$2x^2(2x + 1) = 0$$

| $2x^2$ ausklammern

| Satz vom Nullprodukt anwenden

a) $x^3 + x = 0$

b) $4x^3 + 8x^2 = 0$

c) $x^3 - 2x = 0$

d) $1,5x^3 - 3x^2 = 0$

e) $\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{4}x = 0$

f) $9x^2 - 18x^4 = 0$

g) $x^5 - 16x^3 = 0$

h) $22x^4 - 3x^2 = 0$

i) $x^{12} + x^6 = 0$

12. Nutze den Satz vom Nullprodukt und bestimme alle Lösungen der Gleichung.

a) $x(x - 2)(x + 5) = 0$

b) $4x(x - 9)(x^2 - 1) = 0$

c) $(x^2 + 1)(2x^2 - 1)(x - 4) = 0$

d) $(x - 2)^2(x + 4) = 0$

e) $(x^2 - 6x + 9)(5 - x) = 0$

f) $(x^2 - 9)(x + 7) = 0$

13. Löse die Gleichung, indem du zunächst ausklammerst

Beispiel: $x(2 - x) - 5(2 - x) = 0$ | $(2 - x)$ ausklammern

$$(x - 5)(2 - x) = 0$$

| Satz vom Nullprodukt anwenden

a) $x(x + 1) + 3(x + 1) = 0$

b) $(x - 3) \cdot x + (x - 3) \cdot 4 = 0$

c) $2x(x - 2) - 4(x - 2) = 0$

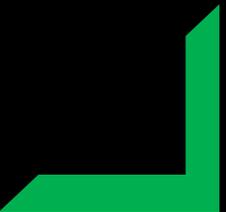
d) $2,5(1 + x^2) - (1 + x^2)5x = 0$

e) $x(x + 7) + 2(x + 7) = 0$

f) $2a(a + 1) - a(a + 1) \cdot 4 = 0$

g) $8(x^2 - 1) + x(x^2 - 1) = 0$

h) $(x - 2)^2 + (x - 2) = 0$





Fun158,159



Seite 159 | Aufgabe 11

a) $L = \{0\}$

b) $L = \{0; -2\}$

c) $L = \{0; \sqrt{2}; -\sqrt{2}\}$

d) $L = \{0; 2\}$

e) $L = \{0\}$

f) $L = \left\{0; \frac{1}{\sqrt{2}}; -\frac{1}{\sqrt{2}}\right\}$

g) $L = \{0; 4; -4\}$

h) $L = \left\{0; -\sqrt{\frac{3}{22}}; \sqrt{\frac{3}{22}}\right\}$

i) $L = \{0\}$

Seite 159 | Aufgabe 12

a) $L = \{0; 2; -5\}$

b) $L = \{0; 9; 1; -1\}$

c) $L = \left\{\frac{1}{\sqrt{2}}; -\frac{1}{\sqrt{2}}; 4\right\}$

d) $L = \{2; -4\}$

e) $L = \{3; 5\}$

f) $L = \{3; -3; -7\}$

Seite 159 | Aufgabe 13

a) $L = \{-3; -1\}$

b) $L = \{3; -4\}$

c) $L = \{2\}$

d) $L = \left\{\frac{1}{2}\right\}$

e) $L = \{-7; -2\}$

f) $L = \{0; -1\}$

g) $L = \{-8; 1; -1\}$

h) $L = \{1; 2\}$



Hausaufgabe

Fun160

- 16.** Die Höhe eines Wasserstrahls über dem Boden lässt sich durch die Funktion f mit $f(x) = -0,3x^2 + 3x$ beschreiben (Längeneinheit 1 m). Berechne, in welchem Punkt der Wasserstrahl beginnt und wie weit er reicht.

