

Mathematik 9 Abels





Kopfübung

Finde zu jeder Scheitelpunktform die zugehörige allgemeine Form.

$$a(x) = 2x^2 - 4x - 2$$

$$b(x) = -2x^2 - 4x - 2$$

$$d(x) = 2x^2 + 4x + 4$$

$$e(x) = -2x^2 - 4x + 2$$

$$c(x) = -2x^2 + 4x + 2$$

$$f(x) = -2(x - 1)^2 + 4$$

$$g(x) = 2(x - 1)^2 - 4$$

$$h(x) = -2(x + 1)^2$$

$$i(x) = -2(x + 1)^2 + 4$$

$$j(x) = 2(x + 1)^2 + 2$$

Wie komme ich mit der
Quadratischen Ergänzung
von der AF zur SPF?

$$f(x) = 2(x - 1)^2 - 3$$

Binomische Formel

$$f(x) = 2(x^2 - 2x + 1) - 3$$

Klammer ausmultiplizieren

$$f(x) = 2x^2 - 4x + 2 - 3$$

zusammenfassen

$$f(x) = 2x^2 - 4x - 1$$

?

Quadratische Ergänzung



1. a ausklammern

$$f(x) = 0,5x^2 - 3x + 5$$

2. $+\left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2$ ergänzen

$$f(x) = 0,5(x^2 - 6x + 10)$$

3. Binomische Formel rückwärts

$$f(x) = 0,5(x^2 - 6x + 9 - 9 + 10)$$

4. Zusammenfassen

$$f(x) = 0,5((x - 3)^2 - 9 + 10)$$

5. Klammer ausmultiplizieren

$$f(x) = 0,5((x - 3)^2 + 1)$$

$$f(x) = 0,5(x - 3)^2 + 0,5$$

Quadratische Ergänzung



1. a ausklammern

$$f(x) = 0,5x^2 - 3x + 5$$

$\downarrow$ $\downarrow : 0,5$ $\downarrow : 0,5$

$$f(x) = 0,5(x^2 - 6x + 10)$$

2. $+\left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2$ ergänzen

$$f(x) = 0,5(x^2 - 6x + 9 - 9 + 10)$$

3. Binomische Formel rückwärts

$$f(x) = 0,5((x - 3)^2 - 9 + 10)$$

4. Zusammenfassen

$$f(x) = 0,5((x - 3)^2 + 1)$$

5. Klammer ausmultiplizieren

$$f(x) = 0,5(x - 3)^2 + 0,5$$

Quadratische Ergänzung



1. a ausklammern

$$f(x) = 0,5x^2 - 3x + 5$$

2. $+\left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2$ ergänzen

$$f(x) = 0,5(x^2 - 6x + 10)$$

$$f(x) = 0,5(x^2 - 6x + \underset{\left(\frac{6}{2}\right)^2 = 9}{9} - 9 + 10)$$

3. Binomische Formel rückwärts

$$f(x) = 0,5((x - 3)^2 - 9 + 10)$$

4. Zusammenfassen

$$f(x) = 0,5((x - 3)^2 + 1)$$

5. Klammer ausmultiplizieren

$$f(x) = 0,5(x - 3)^2 + 0,5$$

Quadratische Ergänzung



1. a ausklammern

$$f(x) = 0,5x^2 - 3x + 5$$

2. $+\left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2$ ergänzen

$$f(x) = 0,5(x^2 - 6x + 10)$$

3. Binomische Formel rückwärts

$$f(x) = 0,5(\textcolor{teal}{x}^2 - \textcolor{teal}{6}x + \textcolor{teal}{9} - 9 + 10)$$

4. Zusammenfassen

$$f(x) = 0,5((\textcolor{teal}{x} - \textcolor{teal}{3})^2 - 9 + 10)$$

5. Klammer ausmultiplizieren

$$f(x) = 0,5((x - 3)^2 + 1)$$

$$f(x) = 0,5(x - 3)^2 + 0,5$$

Quadratische Ergänzung



1. a ausklammern

$$f(x) = 0,5x^2 - 3x + 5$$

2. $+\left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2$ ergänzen

$$f(x) = 0,5(x^2 - 6x + 10)$$

3. Binomische Formel rückwärts

$$f(x) = 0,5(x^2 - 6x + 9 - 9 + 10)$$

4. Zusammenfassen

$$f(x) = 0,5((x - 3)^2 - 9 + 10)$$

5. Klammer ausmultiplizieren

$$f(x) = 0,5((x - 3)^2 + 1)$$


$$f(x) = 0,5(x - 3)^2 + 0,5$$

Quadratische Ergänzung



1. a ausklammern

$$f(x) = 0,5x^2 - 3x + 5$$

2. $+\left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2$ ergänzen

$$f(x) = 0,5(x^2 - 6x + 10)$$

3. Binomische Formel rückwärts

$$f(x) = 0,5(x^2 - 6x + 9 - 9 + 10)$$

4. Zusammenfassen

$$f(x) = 0,5((x - 3)^2 - 9 + 10)$$

5. Klammer ausmultiplizieren

$$f(x) = \boxed{0,5}((x - 3)^2 + 1)$$

$$f(x) = 0,5(x - 3)^2 + 0,5$$

Quadratische Ergänzung



1. a ausklammern

$$f(x) = 0,5x^2 - 3x + 5$$

2. $+\left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2$ ergänzen

$$f(x) = 0,5(x^2 - 6x + 10)$$

3. Binomische Formel rückwärts

$$f(x) = 0,5(x^2 - 6x + 9 - 9 + 10)$$

4. Zusammenfassen

$$f(x) = 0,5((x - 3)^2 - 9 + 10)$$

5. Klammer ausmultiplizieren

$$f(x) = 0,5((x - 3)^2 + 1)$$

$$f(x) = 0,5(x - 3)^2 + 0,5$$



Fun107,108

6. Der Streckfaktor wurde ausgeklammert. Ergänze passend.

a) $2x^2 + 2x + 6 = 2(x^2 + \blacksquare + 3)$

b) $3x^2 - 6x - 3 = 3(\blacksquare - \blacksquare - 1)$

c) $-x^2 + 2x - 4 = \blacksquare(x^2 - 2x + 4)$

d) $-\frac{1}{2}x^2 - 5x + 1 = \blacksquare(\blacksquare + 10x + \blacksquare)$

e) $-\frac{2}{5}x^2 - \frac{5}{2}x + 3 = \blacksquare(\blacksquare + \blacksquare + \blacksquare)$

f) $3x^2 + 2x + 2 = \blacksquare(\blacksquare + \blacksquare + \frac{2}{3})$

7. Klammere jeweils den Streckfaktor aus.

a) $f(x) = 2x^2 + 4x + 5$

b) $g(x) = -4x^2 + 12x - 9$

c) $h(x) = 10x^2 + 5x - 4$

d) $i(x) = -\frac{2}{5}x^2 - 4x + 13$

e) $k(x) = \frac{1}{4}x^2 - 2x + \frac{3}{2}$

f) $l(x) = \frac{1}{2}x + \frac{2}{3}x^2 + 9$

9. Wende die 1. oder 2. binomische Formel an, um eine quadratische Klammer zu erzeugen.

a) $f(x) = x^2 + 2x + 1$

b) $g(x) = x^2 - 2x + 1$

c) $h(x) = x^2 - 6x + 9$

d) $i(x) = x^2 + x + \frac{1}{4}$

e) $j(x) = x^2 - 16x + 64$

f) $k(x) = x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{16}$

10. Ergänze in beiden Kästchen dieselbe Zahl, sodass du die 1. oder 2. binomische Formel anwenden kannst.

Gib dann die Scheitelpunktform der Funktion an.

a) $f(x) = x^2 + 6x$
 $= x^2 + 6x + \blacksquare - \blacksquare$

b) $f(x) = x^2 - 14x + 3$
 $= x^2 - 14x + \blacksquare - \blacksquare + 3$

c) $f(x) = x^2 + 3x - 7$
 $= x^2 + 3x + \blacksquare - \blacksquare - 7$

d) $f(x) = 4x^2 + 8x$
 $= 4(x^2 + 2x + \blacksquare - \blacksquare)$

e) $f(x) = -2x^2 + 16x$
 $= -2(x^2 - 8x + \blacksquare - \blacksquare)$

f) $f(x) = 5x^2 + 5x + 10$
 $= 5(x^2 + x + \blacksquare - \blacksquare + 2)$

11. Bringe die Funktionsgleichung in die Scheitelpunktform. Vervollständige dazu Schritt für Schritt die Lücken.

a) $f(x) = x^2 + 2x - 10$
 $= x^2 + 2x \dots - 10$
 $= (x + 1)^2 \dots$

b) $g(x) = 2x^2 - 4x + 8$
 $= \dots (x^2 - 2x + 4)$
 $= \dots (x^2 - 2x \dots + 4)$
 $= \dots (x - 1)^2 \dots$

c) $h(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2$
 $= \frac{1}{2}(x^2 \dots) + \dots$
 $= \frac{1}{2}\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 \dots$



Fun107,108



Seite 107 | Aufgabe 6

- a) $2x^2 + 2x + 6 = 2(x^2 + x + 3)$
c) $-x^2 + 2x - 4 = -(x^2 - 2x + 4)$
e) $-\frac{2}{5}x^2 - \frac{5}{2}x + 3 = -\frac{2}{5}\left(x^2 + \frac{25}{4}x + \left(-\frac{15}{2}\right)\right)$

Seite 108 | Aufgabe 7

- a) $f(x) = 2(x^2 + 2x + 2,5)$
c) $h(x) = 10(x^2 + 0,5x - 0,4)$
e) $k(x) = \frac{1}{4}(x^2 - 8x + 6)$

Seite 108 | Aufgabe 9

- a) $f(x) = (x + 1)^2$
b) $g(x) = (x - 1)^2$
c) $h(x) = (x - 3)^2$
d) $i(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$
e) $j(x) = (x - 8)^2$
f) $k(x) = \left(x + \frac{1}{4}\right)^2$

Seite 108 | Aufgabe 10

- a) $f(x) = x^2 + 6x + 9 - 9 = (x + 3)^2 - 9$
b) $f(x) = x^2 - 14x + 49 - 49 + 3 = (x - 7)^2 - 46$
c) $f(x) = x^2 + 3x + 2,25 - 2,25 - 7 = (x + 1,5)^2 - 9,25$
d) $f(x) = 4(x^2 + 2x + 1 - 1) = 4(x + 1)^2 - 4$
e) $f(x) = -2(x^2 - 8x + 16 - 16) = -2(x - 4)^2 + 32$
f) $f(x) = 5\left(x^2 + x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + 2\right) = 5\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 8,75$

Seite 108 | Aufgabe 11

- a) $f(x) = x^2 + 2x + 1 - 1 - 10 = (x + 1)^2 - 11$
b) $g(x) = 2(x^2 - 2x + 4) = 2(x^2 - 2x + 1 - 1 + 4) = 2(x - 1)^2 + 6$
c) $h(x) = \frac{1}{2}\left(x^2 - 3x + \frac{9}{4}\right) + \frac{5}{4} = \frac{1}{2}\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{5}{4}$

- b) $3x^2 - 6x - 3 = 3(x^2 - 2x - 1)$
d) $-\frac{1}{2}x^2 - 5x + 1 = -\frac{1}{2}(x^2 + 10x + (-2))$
f) $3x^2 + 2x + 2 = 3\left(x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}\right)$

- b) $g(x) = -4(x^2 - 3x + 2,25)$
d) $i(x) = -\frac{2}{5}\left(x^2 + 10x - \frac{65}{2}\right)$
f) $l(x) = \frac{2}{3}\left(\frac{3}{4}x + x^2 + 13,5\right)$



Hausaufgabe

Fun108

12. Bringe die Funktionsgleichung in die Scheitelpunktform. Klammere dazu den Streckfaktor aus und ergänze in der Klammer quadratisch, sodass du die binomischen Formeln anwenden kannst.

a) $f(x) = 3x^2 + 6x + 4$

b) $f(x) = -x^2 + 4x - 1$

c) $f(x) = 3x^2 + 6x - 1$

d) $f(x) = 2x^2 + 8x + 11$

e) $f(x) = 0,25x^2 - 3x + 11$

f) $f(x) = -x^2 + x + \frac{1}{4}$

g) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{31}{8}$

h) $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{5}x + \frac{26}{25}$

i) $f(x) = \frac{2}{7}x^2 + 4x + 12,5$

