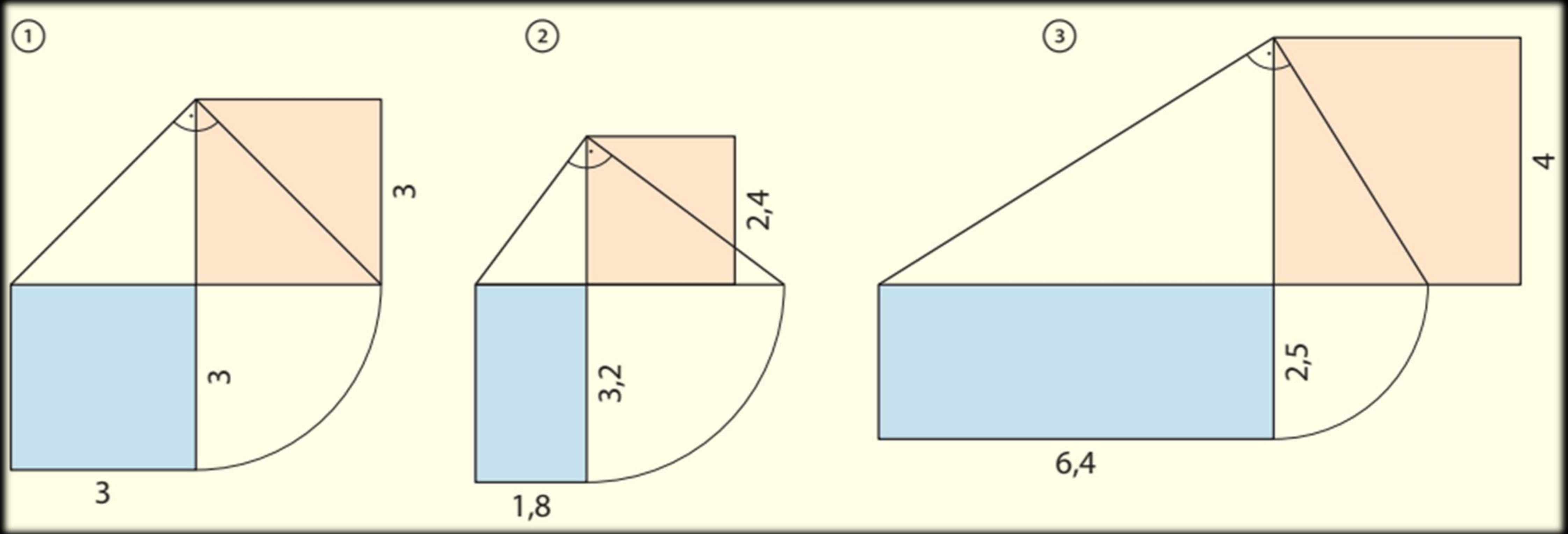
Mathematik 9 Abels

Kopfübung

- $k^2 + g^2 = n^2 \Rightarrow g = \cdots$
- Pythagoreisches Tripel: $(8, 13, \dots)$
- $a = 10cm, b = 4cm, c = 6cm \Rightarrow$ rechtwinklig?

Wie lautet der Höhensatz?

Was fällt dir auf?

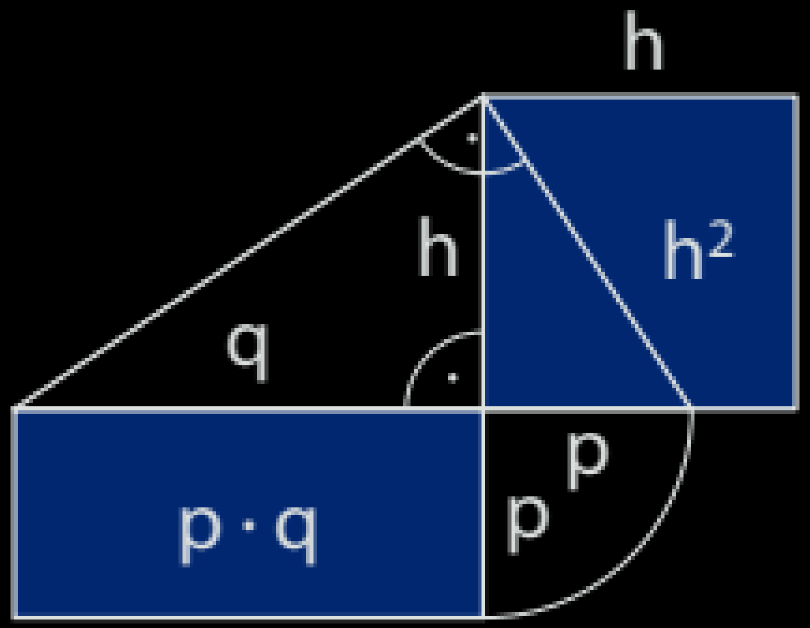


Höhensatz

!

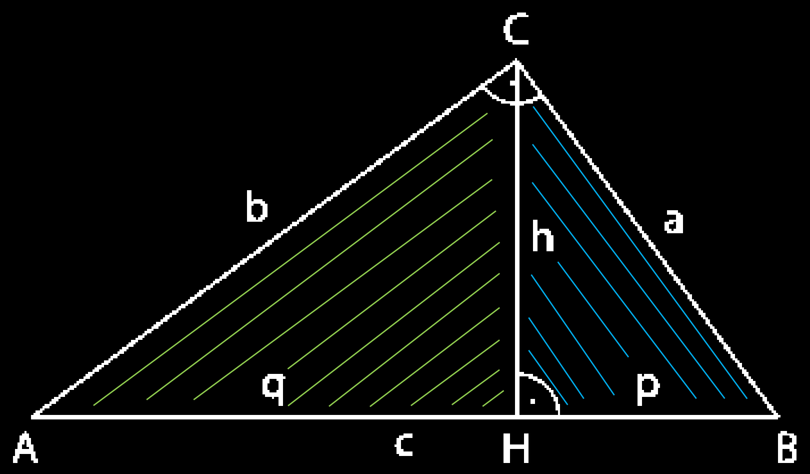
In einem rechtwinkligen Dreieck sind das Quadrat über die Höhe auf der Hypotenuse und das Rechteck aus den Längen der Hypotenusenabschnitte p und q flächengleich.

$$h^2 = p \cdot q$$



Beispiel:
$p = 4{,}5\ cm; q = 2\ cm; h = ?$
$h^2 = p \cdot q$
$h^2 = 4{,}5\ cm \cdot 2\ cm$
$h^2 = 9\ cm^2$
$h = 3\ cm$

Höhensatz



Beweis:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$h^2 + h^2 = 2pq \quad 3$$

$$2h^2 = 2pq \quad 4 \qquad |:2$$

$$\cancel{p^2} + h^2 + \cancel{q^2} + h^2 = \cancel{q^2} + 2pq + \cancel{p^2} \quad 2 \qquad | -q^2 \text{ und } -p^2$$

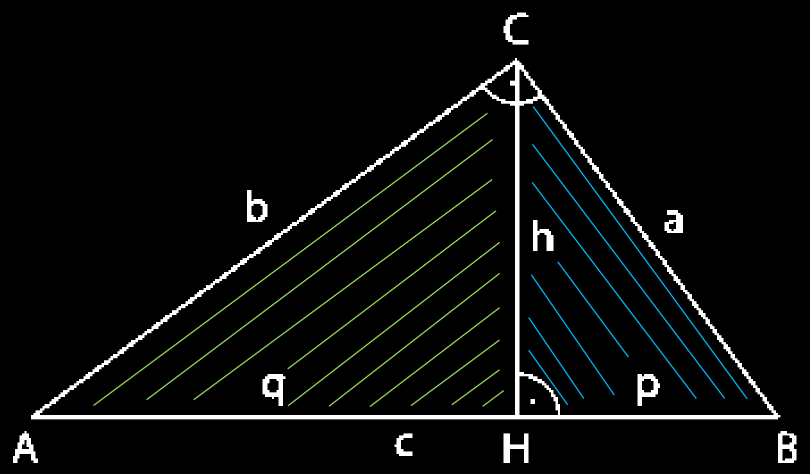
$$p^2 + h^2 + q^2 + h^2 = (q+p)^2 \quad 1$$

$$\boxed{h^2 = pq}$$

(was zu beweisen war)

Höhensatz

Beweis:



$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$p^2 + h^2 + q^2 + h^2 = (q+p)^2$$

$$p^2 + h^2 + q^2 + h^2 = q^2 + 2pq + p^2 \qquad | -q^2 \text{ und } -p^2$$

$$h^2 + h^2 = 2pq$$

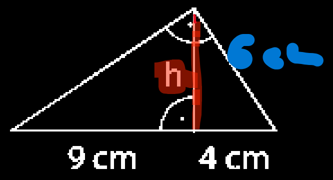
$$2h^2 = 2pq \qquad | :2$$

$$h^2 = pq \qquad \text{(was zu beweisen war)}$$

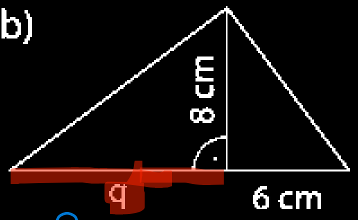
Fun75

1. Berechne die rot markierte Strecke.

a)

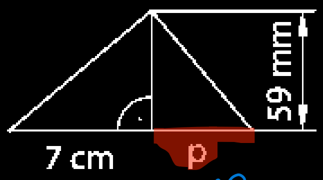


b)



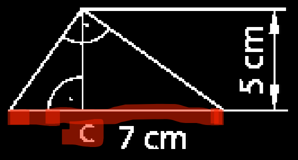
10,67 cm

c)



4,97 cm

d)



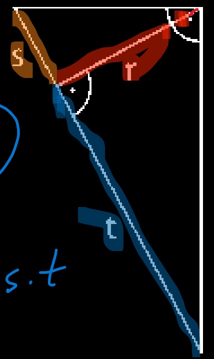
10,57 cm

2. Ergänze die Tabelle für ein rechtwinkliges Dreieck.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
p	4 cm	1,5 cm	0,7 cm	3 cm	0,5 cm	0,8 cm
q	2 cm	54 cm	0,7 cm	1,8 cm	8 cm	5 cm
h	2,83 cm	9 cm	0,7 cm	2,32 cm	2 cm	2 cm

3. Stelle Gleichungen nach dem Höhensatz auf.

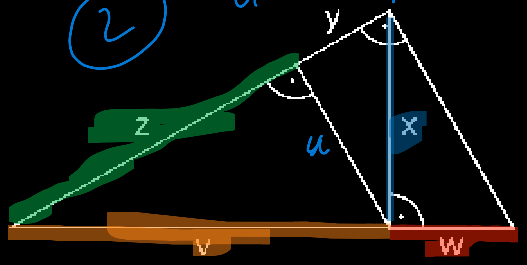
a)



1

$r^2 = s \cdot t$

b)

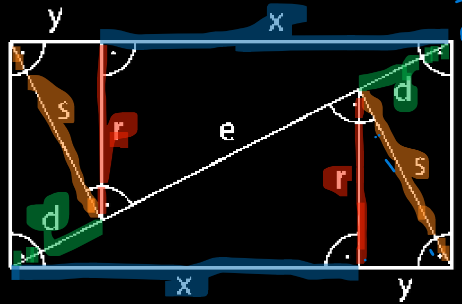


2

$x^2 = v \cdot w$

$u^2 = z \cdot y$

c)



4

$r^2 = x \cdot y$

$s^2 = d(e+d)$

Hausaufgabe

Fun79

21. Ausblick: Mithilfe des Höhensatzes kannst du zu jedem Rechteck ein Quadrat mit gleichem Flächeninhalt konstruieren.

a) Führe dies für ein Rechteck mit $\overline{AB} = 4\,\text{cm}$ und $\overline{BC} = 1\,\text{cm}$ aus. Beachte die Bildfolge und die folgenden Erläuterungen.

① Zeichne das Rechteck. Konstruiere den Punkt R durch Verlängern der Rechteckseite $\overline{CD}$ und Schlagen eines Kreisbogens um den Punkt C (Radius $\overline{BC}$).

② Konstruiere den Mittelpunkt M der Strecke $\overline{DR}$. Schlage einen Halbkreis um M mit dem Radius $\overline{MD}$.

③ Verlängere die Strecke $\overline{BC}$ so, dass sie den Halbkreis schneidet. So erhältst du eine Seite des Quadrats. Konstruiere damit das Quadrat.

b) Konstruiere mithilfe des Höhensatzes Strecken mit den folgenden Längen: $\sqrt{10}$ cm; $\sqrt{6}$ cm; $\sqrt{12}$ cm; $\sqrt{2}$ cm.

c) Erläutere die Aussage: „Man kann eine Strecke der Länge $\sqrt{2}$ cm konstruieren, aber man kann die Nachkommastellen von $\sqrt{2}$ nicht vollständig angeben.“