

Mathematik 8 Abels





Kopfübung

- Terme aufstellen
- Terme zusammenfassen
- Terme vereinfachen
- Rechnen mit Termen
- Ausmultiplizieren
- Ausklammern
- Ausmultiplizieren von 2 Klammern
- Die 1., 2., 3. Binomische Formel
- Gleichungen



Cheatsheet

Terme vereinfachen

Bei der Vereinfachung von Termen nutzt man die **Rechengesetze und Vorrangregeln** für rationale Zahlen.

Vielfache von **gleichartigen Termen** werden **addiert oder subtrahiert**, indem man ihre Koeffizienten addiert oder subtrahiert.

$$2x + 2xy - 4x + 3 + xy = 2x - 4x + 2xy + xy + 3 \\ = -2x + 3xy + 3$$

Steht ein **Pluszeichen vor einer Klammer**, so darf man die Klammer weglassen.

$$4x + (y - 2) = 4x + y - 2$$

Steht ein **Minuszeichen vor einer Klammer**, so lässt man das Minuszeichen und die Klammer weg und kehrt alle Plus- und Minuszeichen in der Klammer um.

$$4x - (y - 2) = 4x - y + 2 \\ 3a - (-b + 4) = 3a + b - 4$$

Bei der **Multiplikation** von Termen werden die Koeffizienten multipliziert. Die Variablen werden als Faktoren in alphabetischer Reihenfolge ergänzt. Gleiche Variablen fasst man zu einer **Potenz** zusammen.

$$4a \cdot 3c \cdot 2b = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot a \cdot c \cdot b = 24abc \\ 3a \cdot (-2b) \cdot a = 3 \cdot (-2) \cdot a \cdot b \cdot a = -6a^2b$$

Ausmultiplizieren und Ausklammern

Nach dem **Distributivgesetz** kann man bei einem Produkt aus einem Faktor und einer Summe (Differenz) die **Klammer auflösen**.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

Umgekehrt kann man bei einer Summe (Differenz) von Produkten **gemeinsame Faktoren ausklammern**.

$$a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$$

Zwei **Summen werden multipliziert**, indem man jeden Summanden der ersten Klammer mit jedem Summanden der zweiten Klammer multipliziert und die Produkte addiert.

$$(a + b) \cdot (c + d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d$$

$$a \cdot (2a + b) = a \cdot 2a + a \cdot b = 2a^2 + ab$$

$$6x + 3xy = 3x \cdot 2 + 3x \cdot y = 3x \cdot (2 + y)$$

$$(3 + 2x) \cdot (x + y) = 3 \cdot x + 3 \cdot y + 2x \cdot x + 2x \cdot y \\ = 3x + 3y + 2x^2 + 2xy$$

Binomische Formeln

Die binomischen Formeln sind Sonderfälle beim Multiplizieren von zwei Summen.

Die 1. binomische Formel:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

$$(x + 3y)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3y + (3y)^2 \\ = x^2 + 6xy + 9y^2$$

Die 2. binomische Formel:

$$(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

$$(5x - y)^2 = (5x)^2 - 2 \cdot 5x \cdot y + y^2 \\ = 25x^2 - 10xy + y^2$$

Die 3. binomische Formel:

$$(a - b) \cdot (a + b) = a^2 - b^2$$

$$(2x - 3y) \cdot (2x + 3y) = (2x)^2 - (3y)^2 \\ = 4x^2 - 9y^2$$

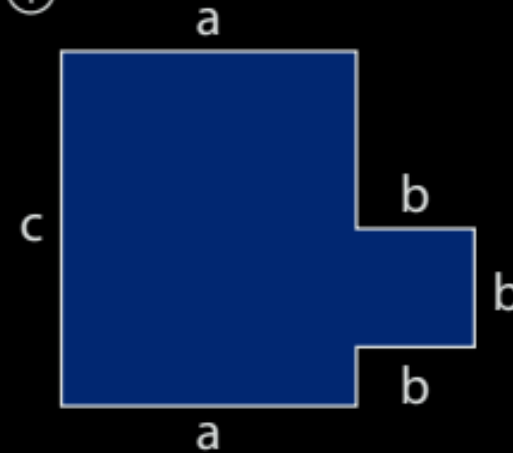
Präsentationen / Videos



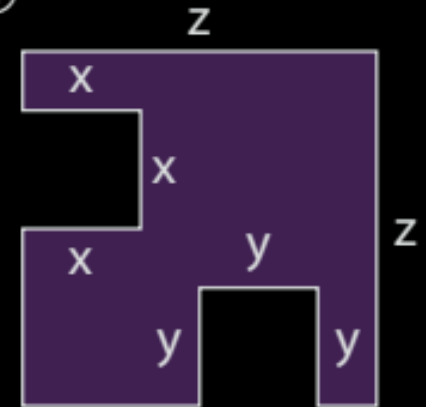
I Fun107-109

3. Gib für die beiden Figuren einen möglichst einfachen Term an, mit dem man
- a) den Umfang,
 - b) den Flächeninhalt
- ermitteln kann.

①



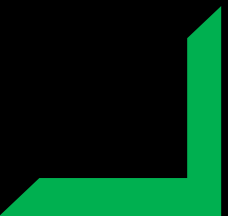
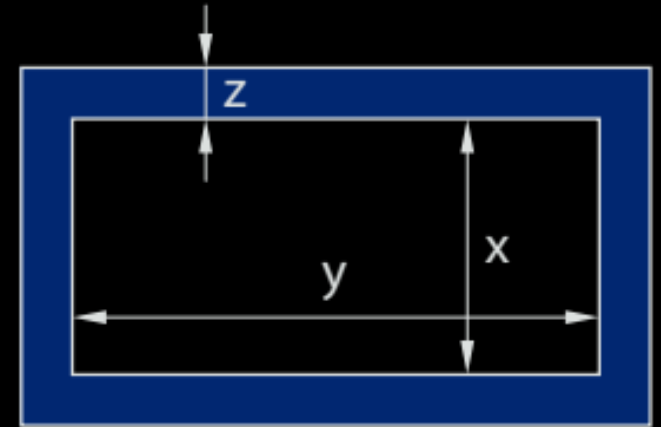
②





II Fun107-109

4. Um eine Pferdekoppel der Länge x und Breite y soll ein Weg der Breite z angelegt werden. Bestimme den Term, der den Flächeninhalt des Weges beschreibt, auf zwei unterschiedliche Weisen.





Fun107-109

6. Gegeben ist ein Quadrat mit der Seitenlänge a .

Das Quadrat wird an beiden Seiten um 2 cm verlängert. Stelle den Term für den neuen Flächeninhalt auf.

Eine Seite des Quadrats wird um 7 cm verlängert, die andere Seite um 3 cm verkürzt. Gib einen Term für den Inhalt der neuen Fläche an und multipliziere ihn aus.

Die eine Seite des Quadrats wird verdoppelt, die andere Seite wird um die Hälfte der Seitenlänge a verlängert. Gib einen möglichst einfachen Term für den Inhalt der neuen Fläche an.



Wie wurden die Seitenlängen des Quadrats verändert, wenn der neue Flächeninhalt $A = a^2 + 8a + 15$ beträgt?

Gegeben ist der Term $(a + 4) \cdot (a - 4)$. Veranschauliche den Term zeichnerisch und gib an, welche Werte a dabei annehmen kann.





IV Fun107-109

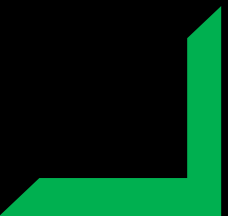
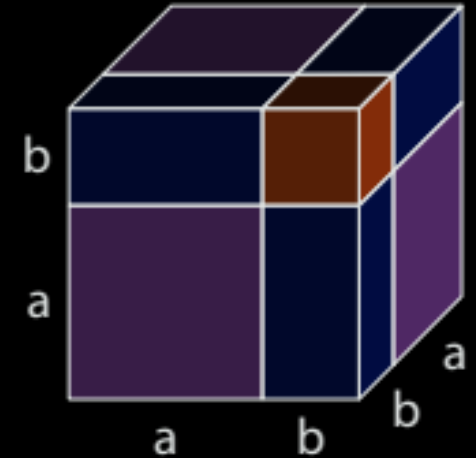
7. Eine quadratische Fläche mit 3 cm Seitenlänge soll verkleinert oder vergrößert werden. Zeichne die neue Fläche. Stelle einen Term für den neuen Flächeninhalt auf und multipliziere ihn aus.
- a) Zwei gegenüberliegende Seiten werden um die Länge x vergrößert, die anderen Seiten werden um die Länge x verkleinert ($0 < x < 3$).
 - b) Alle Seiten werden um die Länge x verkleinert ($0 < x < 3$).
 - c) Zwei gegenüberliegende Seiten werden um das Doppelte von x vergrößert.
 - d) Alle Seiten werden um das 0,5-fache der Länge x vergrößert.





V Fun107-109

17. Binomische Formeln kann man auch für höhere Binompotenzen aufstellen. Nutze den rechts abgebildeten Würfel, um eine Formel zu entwickeln, mit der man den Term $(a + b)^3$ schnell ausmultiplizieren kann. Erkläre, wie du vorgegangen bist.



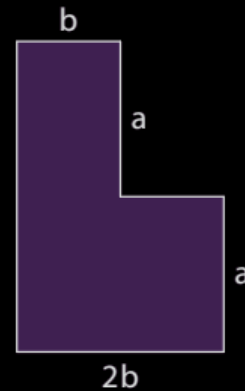
Gemischte Übungen



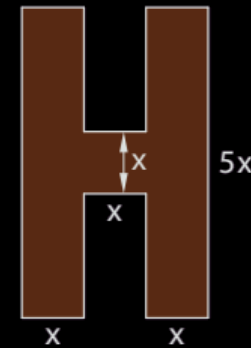
Fun110,111

1. Ein Bahnunternehmen kombiniert seine Züge aus Wagen, die entweder ausschließlich Plätze der ersten oder der zweiten Klasse enthalten. Ein Wagen der ersten Wagenklasse hat 60 Plätze, ein Wagen der zweiten Wagenklasse hat 90 Plätze. Gib einen Term an, mit dem man die Anzahl der Sitzplätze in einem Zug ermitteln kann.
2. Gib jeweils einen Term an, mit dem man
 - a) den Umfang der Figuren,
 - b) den Flächeninhalt der Figuren ermitteln kann.

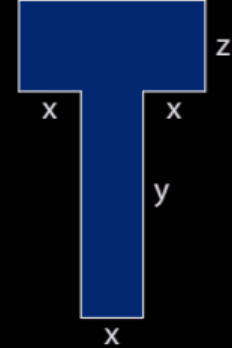
①



②



③



3. Fasse zusammen.

a) $2a + b + a - 5b$

b) $2m + n + m + n$

c) $10r^2 + 3s + r^2 + s$

d) $4xy^2 + x^2y - 3xy^2$

e) $5x + (6y - 4x)$

f) $b - (2a + 2b)$

g) $a^2 - (a^2 - a)$

h) $-3xy - (-2x^2 + xy)$

4. Vereinfache.

a) $14 \cdot 3x$

b) $2r \cdot 5 \cdot 3r$

c) $-4u \cdot (-4)$

d) $\frac{1}{2}x \cdot \frac{1}{4}y$

e) $-0,2xy^2 \cdot 10x$

f) $8st^2 : 4$

g) $(-3x)^2$

h) $a : 2 \cdot b (2a^2)$

5. Berechne für $a = 3$ und $b = 2$ den Wert des Terms. Vereinfache zuerst – falls möglich.

a) $3a + 2b - a$

b) $4a - 2b + a - b$

c) $ab + ab \cdot (-6)$

d) $5a \cdot \frac{1}{2}b \cdot b$

e) $2 \cdot (-a) + b + b^2$

f) $a(9b + 6b : 3)$

g) $b - b \cdot (a^2 + a^2)$

h) $ab - (ab)^2 \cdot (-1)$



Fun110,111 ||

6. Multipliziere die Klammern aus.

a) $3(2a - 2b)$

b) $(5 + 4x) \cdot 7$

c) $\frac{1}{2}(2a - 10)$

d) $(3 - x) \cdot (-1)$

e) $-2m(5m - 2n)$

f) $2x(4x - 2y + 3z)$

g) $3a(0,2a - 0,3b)$

h) $\left(\frac{2}{5}x - \frac{1}{3}y\right) \cdot 15xy$

7. Klammere alle gemeinsamen Faktoren aus.

a) $6x + 6y$

b) $2uv + 16uw$

c) $9uvw - 3vw$

d) $28m - 7n$

e) $10ab - 5b + 10b$

f) $0,3a + 1,5b + 3,6c$

g) $x^2y^2z + xy$

h) $x^2yz + xz - x^2y$

8. Multipliziere die Klammern aus und vereinfache so weit wie möglich.

a) $(x + 1)(x + 2)$

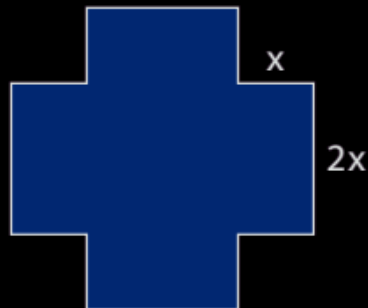
b) $(a + b)(4 - b)$

c) $\left(-\frac{1}{2} - y\right)(8x + 2)$

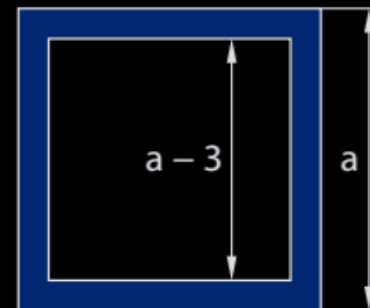
d) $(-2r + 3s)(r - 4)$

9. Stelle einen Term für den Flächeninhalt der Figur auf und vereinfache diesen.

a)



b)





Fun10,111 III

10. Finde Terme, die äquivalent sind. Einige Terme bleiben übrig.

$(a + 2)^2$	$5a^2$	$2a \cdot (-2a)$	$(2 + a^2 + 2a) \cdot 2$	$a^2 + 5a$
$a(4 + a + 1)$	$a^2 + 2a + 4$	$4 + a^2 + 4a$	$(1 - 2a)(1 + 2a) - 1$	

11. Wende die 1. binomische Formel an. Multipliziere aus oder schreibe als Produkt.

a) $(3 + u)^2$	b) $(5a + 1)^2$	c) $(3x + 2y)^2$	d) $\left(\frac{1}{3}x + \frac{2}{5}y\right)^2$
e) $x^2 + 8x + 16$	f) $25u^2 + 20uv + 4v^2$	g) $\frac{1}{4} + y + y^2$	h) $\frac{1}{64}a^2 + \frac{1}{12}ab + \frac{1}{9}b^2$

12. Wende die 2. binomische Formel an. Multipliziere aus oder schreibe als Produkt.

a) $(x - 7)^2$	b) $(3b - 1)^2$	c) $(-0,1u - 0,5v)^2$	d) $\left(\frac{1}{4}x - \frac{1}{2}y\right)^2$
e) $x^2 - 6x + 9$	f) $25a^2 - 10ab + b^2$	g) $\frac{1}{9}x^2 - \frac{4}{3}x + 4$	h) $\frac{1}{16} - \frac{9}{2}u + 81u^2$

13. Wende die 3. binomische Formel an. Multipliziere aus oder schreibe als Produkt.

a) $(x + 5)(x - 5)$	b) $(2 - 3y)(2 + 3y)$	c) $\left(\frac{1}{3}a - \frac{3}{2}\right)\left(\frac{1}{3}a + \frac{3}{2}\right)$	d) $\left(-\frac{1}{4} + a\right)\left(\frac{1}{4} + a\right)$
e) $a^2 - 9$	f) $4x^2 - y^2$	g) $-16x^2 + 100$	h) $-\frac{25}{9}a^2 + \frac{16}{25}b^2$

14. Löse die folgende Gleichung: $3x \cdot (4x - 5) = (2x + 7) \cdot 6x - 57$

15. Jonathan ist 6 Jahre älter als sein Bruder. In 6 Jahren wird Jonathan doppelt so alt sein wie sein Bruder heute ist. Wie alt sind beide heute?



Fun110,111



S. 110, 1.

x: Anzahl der Wagen der 1. Klasse

y: Anzahl der Wagen der 2. Klasse

Anzahl der Sitzplätze des Zuges: $60x + 90y$

S. 110, 2.

a) ① $u = 4a + 4b$ ② $u = 24x$ ③ $u = 6x + 2y + 2z$

b) ① $A = 3ab$ ② $A = 11x^2$ ③ $A = xy + 3xz$

S. 110, 3.

a) $3a - 4b$ b) $3m + 2n$ c) $11r^2 + 4s$ d) $xy^2 + x^2y$

e) $x + 6y$ f) $-2a - b$ g) a h) $2x^2 - 4xy$

S. 110, 4.

a) $42x$ b) $30r^2$ c) $16u$ d) $\frac{1}{8}xy$

e) $-2x^2y^2$ f) $2st^2$ g) $9x^2$ h) a^3b

S. 110, 5.

a) $2a + 2b; 10$ b) $5a - 3b; 9$ c) $-5ab; -30$

d) $\frac{5}{2}ab^2; 30$ e) $-2a + b + b^2; 0$ f) $11ab; 66$

g) $b - 2a^2b; -34$ h) $a^2b^2 + ab; 42$

S. 110, 6.

a) $6a - 6b$

c) $a - 5$

e) $-10m^2 + 4mn$

g) $0,6a^2 - 0,9ab$

b) $35 + 28x$

d) $-3 + x$

f) $8x^2 - 4xy + 6xz$

h) $6x^2y - 5xy^2$

S. 110, 7.

a) $6(x + y)$

c) $3vw(3u - 1)$

e) $5b(2a - 1 + 2)$

g) $xy(xyz + 1)$

b) $2u(v + 8w)$

d) $7(4m - n)$

f) $0,3(a + 5b + 12c)$

h) $x(xyz + z - xy)$

S. 110, 8.

a) $x^2 + 3x + 2$

c) $-4x - 1 - 8xy - 2y$

b) $4a - ab + 4b - b^2$

d) $-2r^2 + 8r + 3sr - 12s$

S. 110, 9.

a) $A = (4x)^2 - 4 \cdot x^2 = 12x^2$

b) $A = a^2 - (a - 3)^2 = a^2 - (a^2 - 6a + 9) = 6a - 9$

S. 111, 10.

$(a + 2)^2 = 4 + a^2 + 4a$

$a(4 + a + 1) = a^2 + 5a$

$(1 - 2a)(1 + 2a) - 1 = 2a \cdot (-2a)$

S. 111, 11.

a) $9 + 6u + u^2$

c) $9x^2 + 12xy + 4y^2$

e) $(x + 4)^2$

g) $\left(\frac{1}{2} + y\right)^2$

b) $25a^2 + 10a + 1$

d) $\frac{1}{9}x^2 + \frac{4}{15}xy + \frac{4}{25}y^2$

f) $(5u + 2v)^2$

h) $\left(\frac{1}{8}a + \frac{1}{3}b\right)^2$

S. 111, 12.

a) $x^2 - 14x + 49$

c) $0,01u^2 + 0,1uv + 0,25v^2$

e) $(x - 3)^2$

g) $\left(\frac{1}{3}x - 2\right)^2$

b) $9b^2 - 6b + 1$

d) $\frac{1}{16}x^2 - \frac{1}{4}xy + \frac{1}{4}y^2$

f) $(5a - b)^2$

h) $\left(\frac{1}{4} - 9u\right)^2$

S. 111, 13.

a) $x^2 - 25$

c) $\frac{1}{9}a^2 - \frac{9}{4}$

e) $(a + 3) \cdot (a - 3)$

g) $(10 + 4x) \cdot (10 - 4x)$

b) $4 - 9y^2$

d) $-\frac{1}{16} + a^2$

f) $(2x + y) \cdot (2x - y)$

h) $\left(-\frac{5}{3}a + \frac{4}{5}b\right) \cdot \left(\frac{5}{3}a + \frac{4}{5}b\right)$

S. 111, 14.

$x = 1$

S. 111, 15.

	Jonathan	Bruder
heute	j	j - 6
in 6 Jahren	$j + 6 = 2(l - 6)$	j

$j + 6 = 2(l - 6)$

$j = 18$

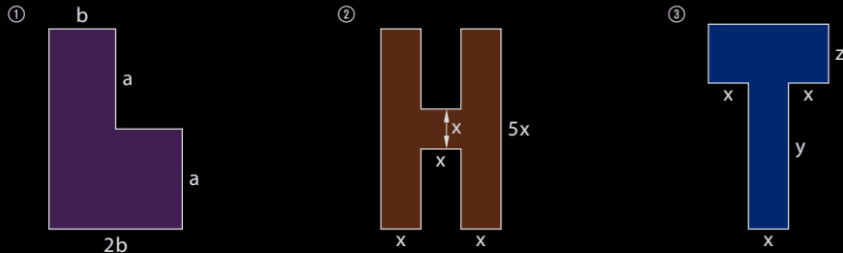
Heute ist Jonathan 18 Jahre alt, sein Bruder ist 12 Jahre alt.



Fun10,111

1. Ein Bahnunternehmen kombiniert seine Züge aus Wagen, die entweder ausschließlich Plätze der ersten oder der zweiten Klasse enthalten. Ein Wagen der ersten Wagenklasse hat 60 Plätze, ein Wagen der zweiten Wagenklasse hat 90 Plätze. Gib einen Term an, mit dem man die Anzahl der Sitzplätze in einem Zug ermitteln kann.

2. Gib jeweils einen Term an, mit dem man
a) den Umfang der Figuren,
b) den Flächeninhalt der Figuren ermitteln kann.



3. Fasse zusammen.
a) $2a + b + a - 5b$ b) $2m + n + m + n$ c) $10r^2 + 3s + r^2 + s$ d) $4xy^2 + x^2y - 3xy^2$
e) $5x + (6y - 4x)$ f) $b - (2a + 2b)$ g) $a^2 - (a^2 - a)$ h) $-3xy - (-2x^2 + xy)$
4. Vereinfache.
a) $14 \cdot 3x$ b) $2r \cdot 5 \cdot 3r$ c) $-4u \cdot (-4)$ d) $\frac{1}{2}x \cdot \frac{1}{4}y$
e) $-0,2xy^2 \cdot 10x$ f) $8st^2 : 4$ g) $(-3x)^2$ h) $a : 2 \cdot b(2a^2)$
5. Berechne für $a = 3$ und $b = 2$ den Wert des Terms. Vereinfache zuerst – falls möglich.
a) $3a + 2b - a$ b) $4a - 2b + a - b$ c) $ab + ab \cdot (-6)$ d) $5a \cdot \frac{1}{2}b \cdot b$
e) $2 \cdot (-a) + b + b^2$ f) $a(9b + 6b : 3)$ g) $b - b \cdot (a^2 + a^2)$ h) $ab - (ab)^2 \cdot (-1)$

6. Multipliziere die Klammern aus.

a) $3(2a - 2b)$ b) $(5 + 4x) \cdot 7$ c) $\frac{1}{2}(2a - 10)$ d) $(3 - x) \cdot (-1)$
e) $-2m(5m - 2n)$ f) $2x(4x - 2y + 3z)$ g) $3a(0,2a - 0,3b)$ h) $(\frac{2}{5}x - \frac{1}{3}y) \cdot 15xy$

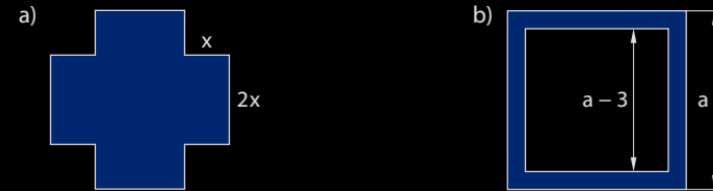
7. Klammere alle gemeinsamen Faktoren aus.

a) $6x + 6y$ b) $2uv + 16uw$ c) $9uvw - 3vw$ d) $28m - 7n$
e) $10ab - 5b + 10b$ f) $0,3a + 1,5b + 3,6c$ g) $x^2y^2z + xy$ h) $x^2yz + xz - x^2y$

8. Multipliziere die Klammern aus und vereinfache so weit wie möglich.

a) $(x + 1)(x + 2)$ b) $(a + b)(4 - b)$ c) $(-\frac{1}{2} - y)(8x + 2)$ d) $(-2r + 3s)(r - 4)$

9. Stelle einen Term für den Flächeninhalt der Figur auf und vereinfache diesen.



10. Finde Terme, die äquivalent sind. Einige Terme bleiben übrig.

$(a + 2)^2$ $5a^2$ $2a \cdot (-2a)$ $(2 + a^2 + 2a) \cdot 2$ $a^2 + 5a$
 $a(4 + a + 1)$ $a^2 + 2a + 4$ $4 + a^2 + 4a$ $(1 - 2a)(1 + 2a) - 1$

11. Wende die 1. binomische Formel an. Multipliziere aus oder schreibe als Produkt.

a) $(3 + u)^2$ b) $(5a + 1)^2$ c) $(3x + 2y)^2$ d) $(\frac{1}{3}x + \frac{2}{5}y)^2$
e) $x^2 + 8x + 16$ f) $25u^2 + 20uv + 4v^2$ g) $\frac{1}{4} + y + y^2$ h) $\frac{1}{64}a^2 + \frac{1}{12}ab + \frac{1}{9}b^2$

12. Wende die 2. binomische Formel an. Multipliziere aus oder schreibe als Produkt.

a) $(x - 7)^2$ b) $(3b - 1)^2$ c) $(-0,1u - 0,5v)^2$ d) $(\frac{1}{4}x - \frac{1}{2}y)^2$
e) $x^2 - 6x + 9$ f) $25a^2 - 10ab + b^2$ g) $\frac{1}{9}x^2 - \frac{4}{3}x + 4$ h) $\frac{1}{16} - \frac{9}{2}u + 81u^2$

13. Wende die 3. binomische Formel an. Multipliziere aus oder schreibe als Produkt.

a) $(x + 5)(x - 5)$ b) $(2 - 3y)(2 + 3y)$ c) $(\frac{1}{3}a - \frac{3}{2})(\frac{1}{3}a + \frac{3}{2})$ d) $(-\frac{1}{4} + a)(\frac{1}{4} + a)$
e) $a^2 - 9$ f) $4x^2 - y^2$ g) $-16x^2 + 100$ h) $-\frac{25}{9}a^2 + \frac{16}{25}b^2$

14. Löse die folgende Gleichung: $3x \cdot (4x - 5) = (2x + 7) \cdot 6x - 57$

15. Jonathan ist 6 Jahre älter als sein Bruder. In 6 Jahren wird Jonathan doppelt so alt sein wie sein Bruder heute ist. Wie alt sind beide heute?