

Mathematik 8 Abels





Kopfübung

- Variable und Term
- Äquivalente Terme
- Terme vereinfachen
- Gleichung
- Äquivalenzumformungen I + II + III
- Sonderfälle
- Ungleichungen I + II
- Modellierung



Cheatsheet

Variablen und Terme

Variablen sind Platzhalter, für die man Zahlen oder Größen einsetzen kann.

$9 - \blacksquare + 2$ $\blacksquare$ ist Platzhalter.
 $9 - x + 2$ Variable x ist Platzhalter.

Ein Rechenausdruck, der aus Zahlen, Größen oder Variablen besteht, heißt **Term**.

$a \cdot b$ $x \cdot (y + z)$ $l \cdot b \cdot h$ $x + 5 \text{ kg}$

Setzt man für Variablen konkrete Zahlen oder Größen ein, kann der **Wert eines Terms** (oder **Termwert**) berechnet werden.

Term	x	Berechnung	Termwert
$2x$	18	$2 \cdot 18$	36
$x + 5 \text{ kg}$	7 kg	$7 \text{ kg} + 5 \text{ kg}$	12 kg

Äquivalente Terme, Terme vereinfachen

Äquivalente Terme haben beim Einsetzen derselben Zahlen für die Variablen stets denselben Wert.

Die Terme $2 - x - 3 + 3x$ und $2x - 1$ sind äquivalent. Einsetzen von z. B. **4** für x ergibt:
 $2 - 4 - 3 + 3 \cdot 4 = 7$ und $2 \cdot 4 - 1 = 7$

Zum Vereinfachen von Termen kann man:

- Vielfache von gleichen Variablen zusammenfassen,
- Produkte und Quotienten zusammenfassen.

$$2 - x - 3 + 3x = -x + 3x + 2 - 3 = (-1 + 3)x - 1 = 2x - 1$$

$$2x \cdot 3y \cdot x = 2 \cdot 3 \cdot x \cdot x \cdot y = 6x^2y$$
$$12x : 3 = (12 : 3)x = 4x$$

Gleichungen

Zwei Terme, die durch ein Gleichheitszeichen verbunden sind, nennt man **Gleichung**. **Lösung der Gleichung** ist jede Zahl, die beim Einsetzen eine wahre Aussage ergibt.

- Es gibt Gleichungen,
- die **unendlich viele Lösungen** haben,
 - die **keine Lösung** haben.

Eine Lösung der Gleichung $3 + x = 5x + 7$ ist **-1**, denn es gilt: $3 + (-1) = 5 \cdot (-1) + 7$
 $2 = 2$ wahre Aussage

Lösungsmenge $L = \{-1\}$

$$3x + 3 = x + 3 + 2x \quad | -3$$
$$3x = 3x \quad \text{wahre Aussage, } L = \mathbb{Q}$$

$$x + 3 = 2x - 2 - x \quad | -x$$
$$3 = -2 \quad \text{falsche Aussage, } L = \{\}$$

Gleichungen durch Äquivalenzumformungen lösen

Durch **Äquivalenzumformungen** kann man die **Variable** auf einer Seite der Gleichung **isolieren**:

- **Addition (Subtraktion)** derselben Zahl (desselben Terms) auf beiden Seiten;
- **Multiplikation (Division)** beider Seiten mit derselben (durch dieselbe) von null verschiedenen Zahl.

$$7x = 35 + 2x \quad | -2x$$
$$5x = 35 \quad | :5$$
$$x = 7$$

Probe: $7 \cdot 7 = 35 + 2 \cdot 7$
 $49 = 49$ wahre Aussage

Lösungsmenge $L = \{7\}$

Ungleichungen durch Äquivalenzumformungen lösen

Zwei Terme, die durch $<$, $>$, $\geq$ oder $\leq$ verbunden sind, nennt man **Ungleichungen**. Zum Lösen von Ungleichungen lassen sich die gleichen Äquivalenzumformungen verwenden wie für Gleichungen, aber:

- Multipliziert (dividiert) man beide Seiten mit (durch) eine negative Zahl, muss das **Ungleichheitszeichen umgekehrt werden**.

$$8 - 2x \geq 2 \quad | -8$$
$$-2x \geq -6 \quad | :(-2)$$
$$x \leq 3$$

Probe: $x = 3 : 8 - 2 \cdot 3 \geq 2$ z. B. $x = 1 : 8 - 2 \cdot 1 \geq 2$
 $2 \geq 2$ $6 \geq 2$
wahre Aussage wahre Aussage

$L = \{x \leq 3 \mid x \in \mathbb{Q}\}$

Präsentationen / Videos



| Fun46,47

4. Die drei Pakete sind würfelförmig. Die Kantenlängen verdoppeln sich von Paket zu Paket. Die Kantenlänge des kleinen Pakets ist x cm.



Stelle einen Term für die Länge der Geschenkbänder aller drei Pakete auf. Die Länge der Schleife soll hierbei nicht mitgezählt werden.



Schätze, wie viel Band für die Schleife des kleinen Pakets benötigt wird. Gib einen Term an, der x enthält.



Die Pakete wiegen zusammen 1 kg. Das mittelgroße Paket ist fünfmal so schwer wie das kleine. Wie schwer ist jedes Paket, wenn das große 760 g wiegt?



Berechne die Kantenlängen der drei Pakete, wenn das Geschenkband des kleinen Pakets 40 cm lang ist (ohne Schleife).





II Fun46,47

6. Bei einer Fernsehshow kann ein Kandidat Geld gewinnen. Im Falle eines Gewinns darf er zwischen zwei Geldumschlägen wählen, darin befinden sich folgende Geldbeträge:

Umschlag A

Das Fünzigfache vom Alter des Kandidaten abzüglich 500 €.

Umschlag B

Das Dreißigfache vom Alter des Kandidaten und zusätzlich 500 €.

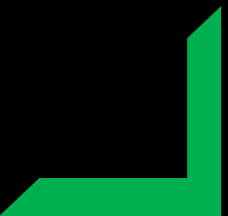
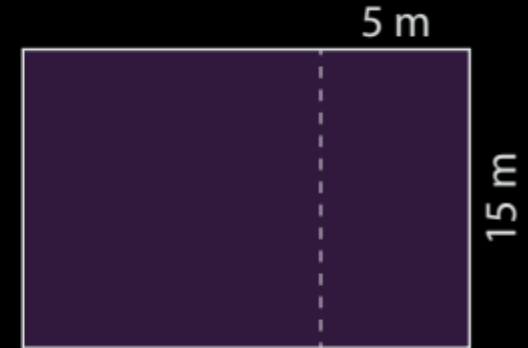
- a) Stelle für die Umschläge A und B jeweils einen Term auf, mit dem man den gewonnenen Geldbetrag berechnen kann.
- b) Für welchen Umschlag würdest du dich entscheiden? Für welchen Umschlag sollte sich ein 60 Jahre alter Kandidat entscheiden?
- c) Bestimme, bis zu welchem Alter der blaue Umschlag mehr Geld enthält als der rote.
- d) Ein Kandidat gewinnt 1250 €. Wie alt könnte er sein?





III Fun46,47

9. a) Ein Grundstück ist 15m breit. Verlängert man die Länge um 5 m, dann hat das Grundstück einen Umfang von 80 m. Berechne, wie lang das ursprüngliche Grundstück war.
- b) Ein Grundstück hat eine Länge von 30 m. Verlängert man die Breite um 7 m, dann hat das Grundstück einen Flächeninhalt von 465 m^2 . Berechne, wie breit das Grundstück vorher war.





IV Fun46,47

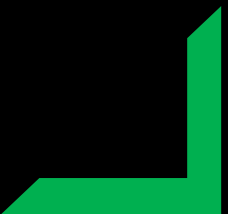
10. Auf dem Wochenmarkt hat die Fleischerei Wiechmann einen Würstchenstand. Die Standgebühr beträgt pro Tag 100 €. Der Stundenlohn des Würstchenverkäufers ist 13,50 €. Im Schnitt werden jede Stunde 20 Würstchen verkauft und an jeder Wurst macht die Fleischerei 1 € Gewinn. Lohnt sich die Würstchenbude für die Fleischerei Wiechmann? Begründe.





V Fun46,47

11. Das Baden-Württemberg-Ticket ist besonders für Gruppenreisen geeignet. Dem Ticket ist der Preis für ein bis maximal fünf Reisende zu entnehmen.
- a) Erkläre, ob der Preis für das Ticket mit dem Term $23 + 5 \cdot (n - 1)$ berechnet werden kann.
 - b) Eine Gruppe aus 7 Reisenden (27 Reisenden) möchte mit dem Baden-Württemberg-Ticket einen Ausflug machen. Berechne den Preis für die Reise.
 - c) Ein Reisebüro berechnet für die Zugfahrt einer 7. Klasse den Preis 281 €. Wie viele Schüler sind in der Klasse?



Gemischte Übungen



Fun48,49 |

1. Setze die angegebenen Zahlen in den Term ein und berechne den Wert des Terms.
a) $a = 7$ in $8 - 3a$ b) $b = -2$ in $(9 + 2b) \cdot b$ c) $a = -1$ und $b = 1,5$ in $a \cdot b - a$

2. a) Ordne jedem Text den passenden Term zu.

① Elmar kauft viele Fliesen zu 2,55 €.

① $3 \cdot m$

② $x \cdot 2,55$

② Leonies Mutter ist dreimal so alt wie sie.

③ Lukas ist 3 cm größer als Paul.

③ $x + 3$

④ $18 \cdot n$

④ Im Kino gibt es 18 Plätze in jeder Reihe.

- b) Gib die Bedeutung der Variablen an.

3. Prüfe, ob die beiden Terme äquivalent sind. Begründe.

- a) $2 \cdot (a + 2)$ und $4 + a + 1$ b) $-6b$ und $5b - 11b$ c) $3a - b$ und $(b - a) \cdot 3$

4. Vereinfache den Term so weit wie möglich.

- a) $15a - 6a$ b) $3b + 2b + 7b$ c) $x - \frac{1}{2}x$ d) $4,5y - y + 5y$
e) $3x + 4 + 3x$ f) $-2a + 7 + 7a$ g) $y + 1 - 3y - 4$ h) $-9x + \frac{1}{2}x - 5 + 9x$

5. Je zwei Terme sind äquivalent. Ordne richtig zu.

① $x + 2x + x$

③ $8x - 4x$

⑤ $-x - 1 + 5x$

⑦ $4x - 1$

② $4x - 4$

④ $-4x$

⑥ $4 \cdot (x - 1)$

⑧ $4x - 8x$



Fun48,49 II

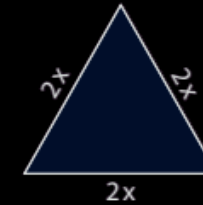
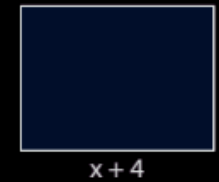
6. Prüfe, welche ganzen Zahlen von -3 bis 3 Lösungen der Gleichung sind.
- a) $5x + 12 = 2$ b) $a = a \cdot a$ c) $4b - 7 = 5 - 2b$ d) $x \cdot x - 3 = 2x$
7. Überprüfe die Umformungen und korrigiere die Fehler.
- a) $3z - 7 = -20$ b) $2x + 4 = 4 - x$ c) $5x + 5 = 3x + 15$ d) $5 : (x + 1) = 7 : x$
 $3z = -27$ $2x + 4 = 4$ $2x = 10$ $7 \cdot x + 1 = 5 \cdot x$
8. Löse die Gleichung durch Rückwärtsrechnen. Führe eine Probe durch.
- a) $x + 19 = 61$ b) $8a - 1 = -9$ c) $y \cdot (-5) - 22 = 8$ d) $(x - 3) \cdot (-3) = -12$
9. Vervollständige die Rechnung im Heft und löse die Gleichung.
- a) $10x + 65 = 5$ $|-65$ b) $-13 = -3x - 4$ $|+4$ c) $3a = -a + 6$ $|+a$
 $\underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ $|\div 10$ $\underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ $|\div (-3)$ $\underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ $|\div 4$
10. Löse die Gleichung durch Äquivalenzumformungen. Führe eine Probe durch.
- a) $x + 7 = 19$ b) $2s + 3 = 5$ c) $5w + 10 = 7w$
d) $x + 2x + 3 = 4x - 1$ e) $3a - 6 = 8a + 10$ f) $-21 = 3 \cdot (2x - 1)$
11. Bestimme die Lösungsmenge der Gleichung.
- a) $t + 2 = 2t - 1$ b) $x + 5 = x - 5$ c) $2t + 8t + 7 = 4t + 6t - 5$
d) $3x + 2 = x + 2x + 2$ e) $3x + 2x + 1 = 2x - 1$ f) $2b + 5b + 18 = 7 \cdot (b + 2) + 1$
12. Von einem 185 m langen Brett werden fünf gleich lange Bretter abgesägt.
Ein 35 cm langes Stück bleibt übrig.
Wie lang ist jedes der fünf abgesägten Stücke?



Fun48,49 III

13. Mona ist doppelt so alt wie Tom. Wenn man von Monas Alter 10 subtrahiert, erhält man dasselbe Ergebnis, wie wenn man zu Toms Alter 3 addiert. Wie alt ist Tom?

14. Für welche Zahl x haben die Figuren den gleichen Umfang?



15. Ein gleichseitiges Dreieck wird zu einem gleichschenkligen Dreieck, indem man zwei Seiten um jeweils 6 cm verlängert. Das gleichschenklige Dreieck hat einen Umfang von 24 cm. Berechne die Seitenlänge des gleichseitigen Dreiecks.

16. Für 400 ml Kiba wurden Bananen- und Kirschnektar gemischt. Im Kiba ist eineinhalbmals so viel Bananennektar wie Kirschnektar. Wie viel Milliliter Bananennektar enthält er?

17. Ein Rechteck ist doppelt so lang wie breit.

- Gib je einen Term für den Umfang und den Flächeninhalt des Rechtecks an.
- Berechne den Umfang und den Flächeninhalt des Rechtecks, wenn es 6 cm lang ist.

18. Familie Schmidt hat sich beim Stromanbieter ENERGIE plus für das Angebot „ÖKO-SPAR 20“ mit einem monatlichen Grundpreis von 7,20 € und einem Preis von 25,18 Cent pro Kilowattstunde (kWh) entschieden. Berechne die Jahresstromkosten für 2552 kWh.





Fun48,49



S. 212, 1.

- a) $8 - 3 \cdot 7 = -13$
- b) $(9 + 2 \cdot (-2)) \cdot (-2) = -10$
- c) $-1 \cdot 1,5 - (-1) = -0,5$

S. 212, 2.

- a) I und 2 b) II und 1 c) III und 3 d) IV und 4
- b) 1: m: Alter von Max; 2 · m: Doppeltes Alter von Max
2: x: Anzahl der Hefte; $x \cdot 0,45$: Preis für x Hefte
3: x: Julias Geldbetrag; $x + 3$: Janas Geldbetrag
4: n: Anzahl der Reihen; $16 \cdot n$: Anzahl der Plätze in der Aula

S. 212, 3.

- a) Nicht äquivalent, z. B. für $a = 2$ sind die Termwerte verschieden (8 und 7).
- b) Äquivalent, da $5b - 11b = -6b$.
- c) Nicht äquivalent, z. B. für $a = 1$ und $b = 1$ sind die Termwerte verschieden (2 und 0).

S. 213, 4.

- a) 9a b) 12b
- c) 0,5x d) 8,5y
- e) $6x + 4$ f) $5a + 7$
- g) $-2y - 3$ h) $0,5x - 5$

S. 213, 5.

- ① = ③ ④ = ⑥ ② = ⑤ ⑤ = ⑦

S. 213, 6.

- a) $x = -2$
- b) $a = 1$ oder $a = 0$
- c) $b = 2$
- d) $x = -1$ oder $x = 3$

S. 213, 7.

Aufgabe	Term	$x = 2$	$x = -2$	$x = 0,5$
a)	$12x - 5$	19	-29	1
b)	$4x - 3$	5	-11	-1
c)	$2x + 1$	5	-3	2
d)	$3x$	6	-6	1,5
e)	4	4	4	4
f)	0	0	0	0

S. 213, 8.

- a) Falsch; ($3z = -13$)
- b) Falsch; ($3x + 4 = 4$)
- c) Richtig
- d) falsch, es wurde durch x geteilt, aber x könnte 0 sein

S. 213, 9.

- a) $10x = -60$ |: 10
 $x = -6$
- b) $-9 = -3x$ | : (-3)
 $3 = x$
- c) $4\alpha = 6$ | : 4
 $\alpha = 1,5$

S. 213, 10.

- a) $x = 12$ b) $s = 1$
- c) $w = 5$ d) $x = 4$
- e) $\alpha = -\frac{16}{5}$ f) $x = -3$

S. 213, 11.

- a) $L = \{3\}$
- b) $L = \{ \}$
- c) $L = \{ \}$
- d) $L = \mathbb{Q}$
- e) $L = \left\{ -\frac{2}{3} \right\}$
- f) $L = \{ \}$

S. 213, 12.

- a) $U = 2 \cdot (2x + x) = 6x$; $A = 2x \cdot x = 2x^2$
- b) $U = 18 \text{ cm}$; $A = 18 \text{ cm}^2$

S. 214, 13.

- $x + 10 = 2x - 3 \Rightarrow x = 13$.
- Tom ist 13 Jahre alt.

S. 214, 14.

- a) $2 \cdot (x + 4) + 2 \cdot 2 = 2x + 2x + 2x$
 $2x + 12 = 6x$
- Für $x = 3$ haben sie den gleichen Umfang.

S. 214, 15.

- Die Seitenlänge beträgt 4 cm.

S. 214, 16.

- 240 ml Bananenektar



Fun48,49

1. Setze die angegebenen Zahlen in den Term ein und berechne den Wert des Terms.
 a) $a = 7$ in $8 - 3a$ b) $b = -2$ in $(9 + 2b) \cdot b$ c) $a = -1$ und $b = 1,5$ in $a \cdot b - a$

2. a) Ordne jedem Text den passenden Term zu.

① Elmar kauft viele Fliesen zu 2,55 €.

② $3 \cdot m$

③ $x \cdot 2,55$

④ Leonies Mutter ist dreimal so alt wie sie.

⑤ Lukas ist 3 cm größer als Paul.

⑥ $x + 3$

⑦ $18 \cdot n$

⑧ Im Kino gibt es 18 Plätze in jeder Reihe.

- b) Gib die Bedeutung der Variablen an.

3. Prüfe, ob die beiden Terme äquivalent sind. Begründe.

a) $2 \cdot (a + 2)$ und $4 + a + 1$ b) $-6b$ und $5b - 11b$ c) $3a - b$ und $(b - a) \cdot 3$

4. Vereinfache den Term so weit wie möglich.

a) $15a - 6a$ b) $3b + 2b + 7b$ c) $x - \frac{1}{2}x$ d) $4,5y - y + 5y$
 e) $3x + 4 + 3x$ f) $-2a + 7 + 7a$ g) $y + 1 - 3y - 4$ h) $-9x + \frac{1}{2}x - 5 + 9x$

5. Je zwei Terme sind äquivalent. Ordne richtig zu.

① $x + 2x + x$

② $8x - 4x$

③ $-x - 1 + 5x$

④ $4x - 1$

⑤ $4x - 4$

⑥ $-4x$

⑦ $4 \cdot (x - 1)$

⑧ $4x - 8x$

6. Prüfe, welche ganzen Zahlen von -3 bis 3 Lösungen der Gleichung sind.
 a) $5x + 12 = 2$ b) $a = a \cdot a$ c) $4b - 7 = 5 - 2b$ d) $x \cdot x - 3 = 2x$
7. Überprüfe die Umformungen und korrigiere die Fehler.
 a) $3z - 7 = -20$ b) $2x + 4 = 4 - x$ c) $5x + 5 = 3x + 15$ d) $5 : (x + 1) = 7 : x$
 $3z = -27$ $2x + 4 = 4$ $2x = 10$ $7 \cdot x + 1 = 5 \cdot x$
8. Löse die Gleichung durch Rückwärtsrechnen. Führe eine Probe durch.
 a) $x + 19 = 61$ b) $8a - 1 = -9$ c) $y \cdot (-5) - 22 = 8$ d) $(x - 3) \cdot (-3) = -12$
9. Vervollständige die Rechnung im Heft und löse die Gleichung.
 a) $10x + 65 = 5$ $|-65$ b) $-13 = -3x - 4$ $|+4$ c) $3a = -a + 6$ $|+a$
 $\underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ $|:10$ $\underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ $|:(-3)$ $\underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ $|:4$
10. Löse die Gleichung durch Äquivalenzumformungen. Führe eine Probe durch.
 a) $x + 7 = 19$ b) $2s + 3 = 5$ c) $5w + 10 = 7w$
 d) $x + 2x + 3 = 4x - 1$ e) $3a - 6 = 8a + 10$ f) $-21 = 3 \cdot (2x - 1)$
11. Bestimme die Lösungsmenge der Gleichung.
 a) $t + 2 = 2t - 1$ b) $x + 5 = x - 5$ c) $2t + 8t + 7 = 4t + 6t - 5$
 d) $3x + 2 = x + 2x + 2$ e) $3x + 2x + 1 = 2x - 1$ f) $2b + 5b + 18 = 7 \cdot (b + 2) + 1$

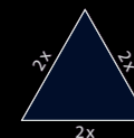
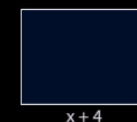
12. Von einem 185 m langen Brett werden fünf gleich lange Bretter abgesägt.

Ein 35 cm langes Stück bleibt übrig.

Wie lang ist jedes der fünf abgesägten Stücke?

13. Mona ist doppelt so alt wie Tom. Wenn man von Monas Alter 10 subtrahiert, erhält man dasselbe Ergebnis, wie wenn man zu Toms Alter 3 addiert. Wie alt ist Tom?

14. Für welche Zahl x haben die Figuren den gleichen Umfang?



15. Ein gleichseitiges Dreieck wird zu einem gleichschenkligen Dreieck, indem man zwei Seiten um jeweils 6 cm verlängert. Das gleichschenklige Dreieck hat einen Umfang von 24 cm. Berechne die Seitenlänge des gleichseitigen Dreiecks.

16. Für 400 ml Kiba wurden Bananen- und Kirschnektar gemischt. Im Kiba ist eineinhalbmal so viel Bananennektar wie Kirschnektar. Wie viel Milliliter Bananennektar enthält er?

17. Ein Rechteck ist doppelt so lang wie breit.

- a) Gib je einen Term für den Umfang und den Flächeninhalt des Rechtecks an.
 b) Berechne den Umfang und den Flächeninhalt des Rechtecks, wenn es 6 cm lang ist.

18. Familie Schmidt hat sich beim Stromanbieter ENERGIE plus für das Angebot „ÖKO-SPAR 20“ mit einem monatlichen Grundpreis von 7,20 € und einem Preis von 25,18 Cent pro Kilowattstunde (kWh) entschieden. Berechne die Jahresstromkosten für 2552 kWh.

