

Mathematik 8 Abels





Kopfübung

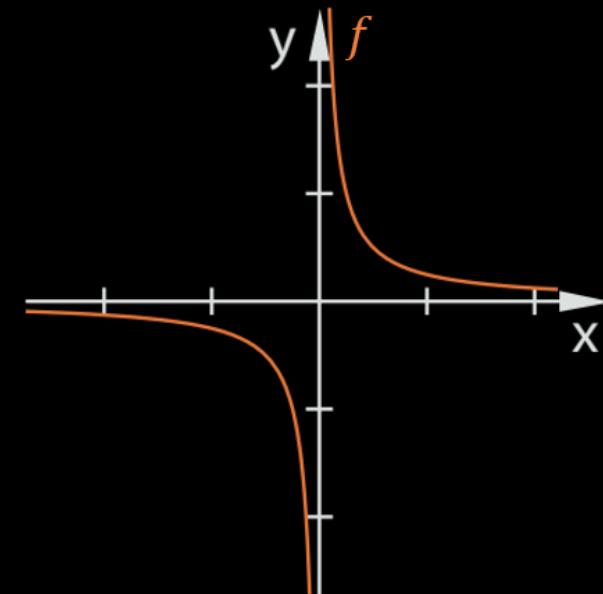
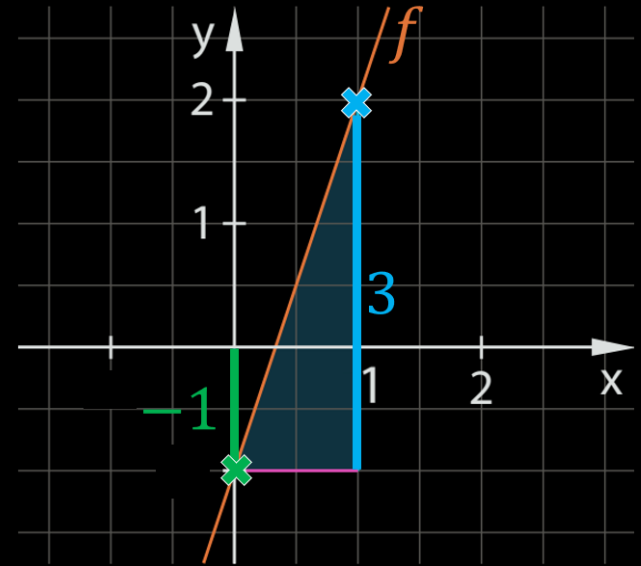
Allgemein

- Funktion, Funktion darstellen

Proportionale Funktion

- Punktprobe (rechnerisch), Steigung
- Lineare Funktion
- Gerade durch zwei Punkte
- Nullstellen, Punktprobe $y \rightarrow x$

Antiproportionale Funktionen



Cheatsheet

Funktion

Eine **Funktion** ist eine **eindeutige Zuordnung**.
Bei einer Funktion wird jedem x -Wert (Argument) genau ein **Funktionswert** (y -Wert) zugeordnet.

Die Zuordnung
 $\text{Zahl } x \rightarrow \text{Quadrat der Zahl } x$
ist eine eindeutige Zuordnung, also eine Funktion. Durch diese Funktion wird der Zahl 4 eindeutig die Zahl 16 zugeordnet.

Darstellung von Funktionen

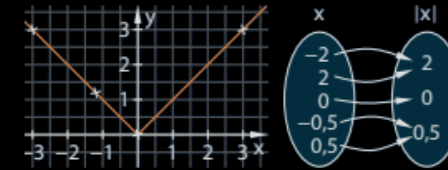
Funktionen lassen sich darstellen durch

- eine Wortvorschrift,
- eine Funktionsgleichung,
- eine Wertetabelle,
- einen Funktionsgraphen im Koordinatensystem,
- ein Pfeildiagramm.

Jeder Zahl wird ihr Betrag zugeordnet.

$$y = |x|$$

x	-3	-1,2	0	3
y	3	1,2	0	3



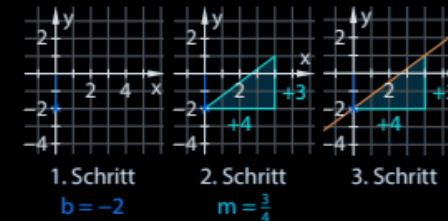
Lineare Funktionen

Funktionen mit Gleichungen der Form $y = m \cdot x + b$ nennt man **lineare Funktionen**. Der Graph hat die **Steigung m** und schneidet die y -Achse im Punkt $(0|b)$. Der Wert b wird deshalb auch **y -Achsenabschnitt** genannt. Die Steigung ist das Verhältnis der Änderung der Funktionswerte zur Änderung der x -Werte.

Den Graphen einer linearen Funktion kann man mithilfe des y -Achsenabschnitts b und der Steigung m zeichnen.

Sind zwei Punkte $P_1(x_1|y_1)$ und $P_2(x_2|y_2)$ auf dem Graphen einer linearen Funktion gegeben, so kann man die Steigung m wie folgt ermitteln: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

Zeichne den Graphen zu $y = \frac{3}{4}x - 2$.



Wenn $P_1(2|5)$ und $P_2(4|9)$ zwei Punkte einer linearen Funktion sind, gilt:

$$m = \frac{9-5}{4-2} = 2$$

Zum Beispiel liegt P_1 auf dem Graphen, also gilt $5 = 2 \cdot 2 + b$ und damit $b = 1$.

Funktionsgleichung: $y = 2x + 1$

Nullstellen einer Funktion

Einen x -Wert einer Funktion, für den der zugehörige Funktionswert 0 ist, nennt man **Nullstelle**.

Im Koordinatensystem kann man die Nullstelle am Schnittpunkt des Funktionsgraphen mit der x -Achse ablesen.

Exakt lassen sich Nullstellen der Funktion f durch Lösen der Gleichung $f(x) = 0$ bestimmen.

$$y = -2x + 2$$

$$\text{Nullstelle: } x = 1$$



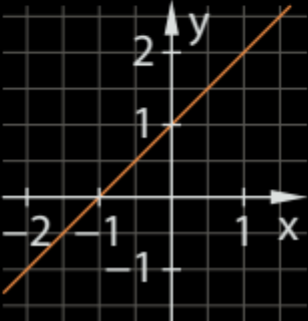
$$\begin{aligned} f(x) &= -2x + 2 = 0 & | -2 \\ -2x &= -2 & | : (-2) \\ x &= 1 \end{aligned}$$

Präsentationen / Videos



Fun175

1. Übertrage die Tabelle in dein Heft und ergänze die Felder.

Sachverhalt	Bei einem Taxiunternehmen kostet die Anfahrt 2,50€. Jeder gefahrene Kilometer kostet 30 ct.											
Wertetabelle			<table><tr><td>x</td><td>3</td><td>4</td><td>6</td></tr><tr><td>y</td><td>6,5</td><td>7</td><td>8</td></tr></table>	x	3	4	6	y	6,5	7	8	
x	3	4	6									
y	6,5	7	8									
Funktionsgleichung				$y = -3x + 6$								
Graph												





II Fun175

2. Sinterröhrchen sind Tropfsteine, die durch Ablagerung von kalkhaltigem Wasser entstehen. In einer Höhle wachsen sie 15 mm in 100 Jahren. Es gibt zwei Formen: Stalaktiten hängen von der Decke herab, Stalagmiten wachsen vom Boden hoch.
- a) Wann werden zwei Sinterröhrchen sich berühren, wenn der Abstand zwischen Boden und Decke an dieser Stelle 1 m beträgt?
 - b) Wann war ein heute 11 cm langes Sinterröhrchen 2 cm lang?
 - c) Wie lang ist ein neues Sinterröhrchen nach 12 (120, 1200) Jahren?





Fun175

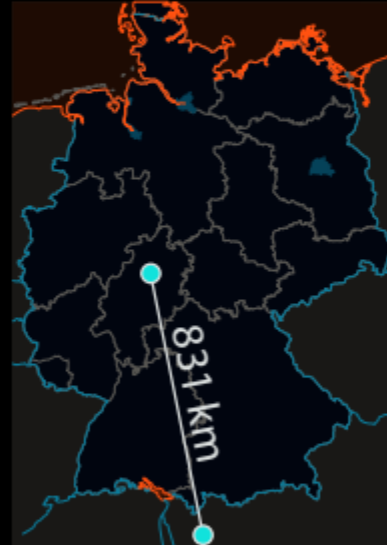
3. Familie Johanssen fährt in den Urlaub nach Südtirol. Die Autobahn-Route ist 831 km lang. Der durchschnittliche Benzinverbrauch ihres Wagens beträgt 6,4 ℓ pro 100 km.



Bestimme eine Funktionsgleichung, die die Zuordnung *Gefahrene Kilometer* → *Verbrauchte Benzinmenge (in ℓ)* beschreibt.



Die Tankfüllung kann ungefähr durch die Funktionsgleichung $y = -6,4x + 50$ beschrieben werden. Erkläre die Bedeutung von x und y . Berechne, nach wie vielen Kilometern sich noch 30 ℓ im Tank befinden.



Auf der Landstraße verbraucht der Wagen durchschnittlich nur 5,9 ℓ pro 100 km. Wie viele Kilometer dürfte der Weg über die Landstraßen höchstens länger sein als die Autobahnroute, damit insgesamt weniger Benzin verbraucht wird?



Nach 125 km sind noch 42 ℓ im Tank, nach 250 km sind es noch 34 ℓ. Berechne mithilfe einer geeigneten Funktionsgleichung, wie weit die Familie mit dieser Tankfüllung bei konstantem Verbrauch fahren kann. Beschreibe die Schwächen einer solchen Prognose.

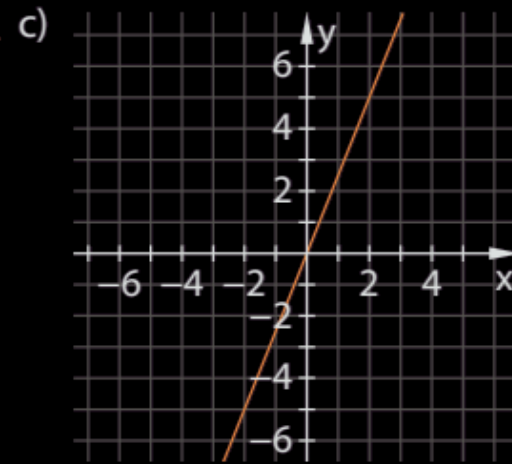
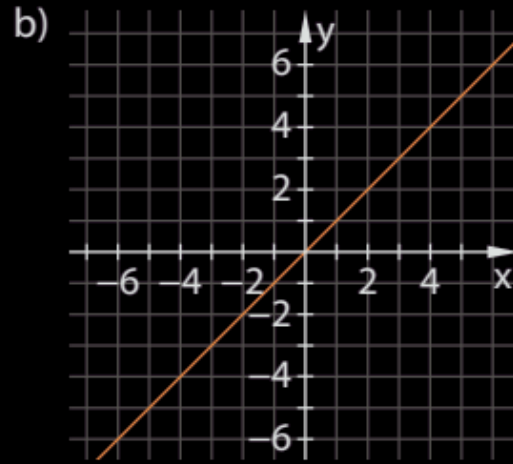
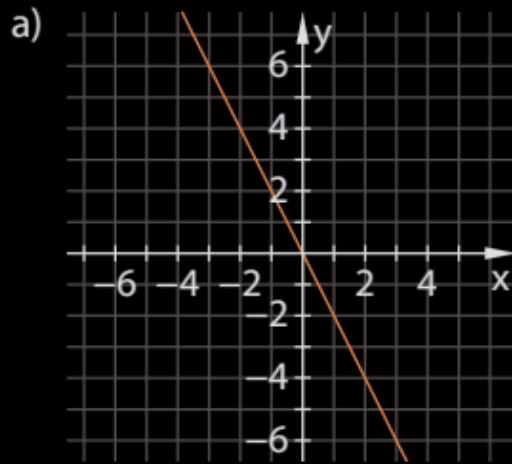
Gemischte Übungen



Fun176,177 |

1. Prüfe, ob die Zuordnung eine Funktion ist.
 - a) *Sprunghöhe beim Hochsprung* → *Schüler, die diese Höhe gesprungen sind*
 - b) *Anzahl Eiskugeln* → *Preis*
2. Stelle für die Funktion eine Wertetabelle für $x = -2$ bis $x = 4$ auf und zeichne den Funktionsgraphen.
 - a) $y = 1,5x + 1$
 - b) $y = -2x + 1$
 - c) $y = 0,5x - 1$

3. Bestimme die Steigung und eine Funktionsgleichung zum Graphen.



4. Zeichne den Graphen der proportionalen Funktion mit der angegebenen Funktionsgleichung.
 - a) $y = 4x$
 - b) $y = 2x$
 - c) $y = 0,4x$
 - d) $y = -0,3x$
 - e) $y = -\frac{7}{9}x$



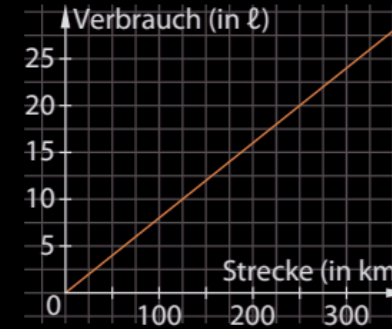
Fun176,177 II

5. Drei unterschiedliche Autos haben auf der Autobahn folgenden durchschnittlichen Benzinverbrauch:

- 7 Liter Benzin auf 100 km
- 8 Liter Benzin auf 100 km
- 9 Liter Benzin auf 100 km

Die Tabelle und der Graph stellen jeweils den Benzinverbrauch eines dieser Autos dar.

Strecke (in km)	Verbrauch (in ℓ)
50	4,0
80	6,4
200	16,0
250	20,0
300	24,0
360	28,8



- a) Gib an, zu welchem Auto die Tabelle passt. Begründe deine Antwort.
b) Gib an, zu welchem Auto der Graph passt. Begründe deine Antwort.

6. Zeichne den Graphen zur Funktionsgleichung.

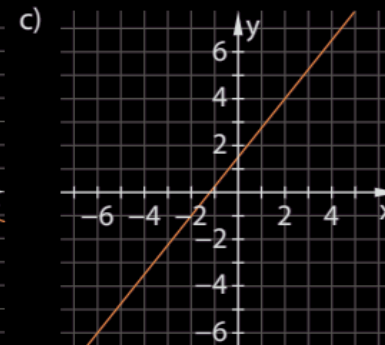
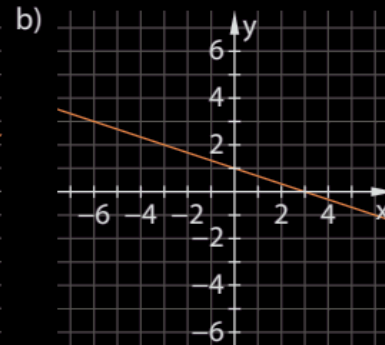
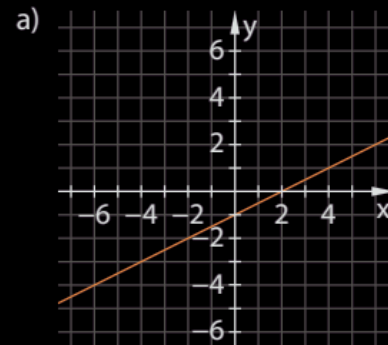
a) $y = 2x - 3$

b) $y = -\frac{1}{2}x + 2$

c) $y = -3x + 9$

d) $y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$

7. Bestimme eine passende Funktionsgleichung zum Graphen.



8. Bestimme eine Funktionsgleichung zur Geraden, auf der die Punkte A und B liegen.

a) A(-6|0); B(2|4)

b) A(-6|-4); B(6|1)

c) A(-3|7); B(3|-9)

d) A(0|-23); B(-10|3)



Fun176,177 III

9. Bestimme sowohl grafisch als auch rechnerisch die Nullstelle der Funktion.
- a) $y = \frac{1}{3}x - 1,5$ b) $y = \frac{5}{3}x + 5$ c) $y = 0,875x - 3,5$ d) $y = \frac{1}{6}x + \frac{1}{3}$
10. Bestimme sowohl grafisch als auch rechnerisch den x-Wert, an dem die Funktion den gegebenen y-Wert annimmt.
- a) $y = 2x + 1$; $y = 7$ b) $y = -\frac{1}{5}x - 1$; $y = -2$
c) $y = 2,5x + 2,5$; $y = -2,5$ d) $y = 0,75x - 1\frac{1}{2}$; $y = 3$
11. Beim Fotoanbieter A kostet ein Abzug 12 Cent zzgl. 2,95 € Versandkosten.
Beim Anbieter B kostet ein Abzug 17 Cent ohne Versandkosten.
Stelle dar, welcher Anbieter in Abhängigkeit von der Anzahl der Fotos der günstigere ist.
12. Die Funktion $y = -200x + 12\,000$ beschreibt die sich verringernde Flughöhe (in m) eines Passagierjets im Landeanflug auf einen Flughafen, wobei x die vergangenen Minuten seit Beginn des Sinkfluges angibt.
- a) Berechne die Nullstelle der Funktion. Interpretiere das Ergebnis.
b) Wie viele Minuten vor der Landung befindet sich das Flugzeug in 1000 m Höhe?
13. Berechne die x-Koordinate des Schnittpunkts des Graphen mit der x-Achse für die Funktion mit der Funktionsgleichung $y = \frac{99}{100}x + \frac{100}{99}$.



Fun176,177



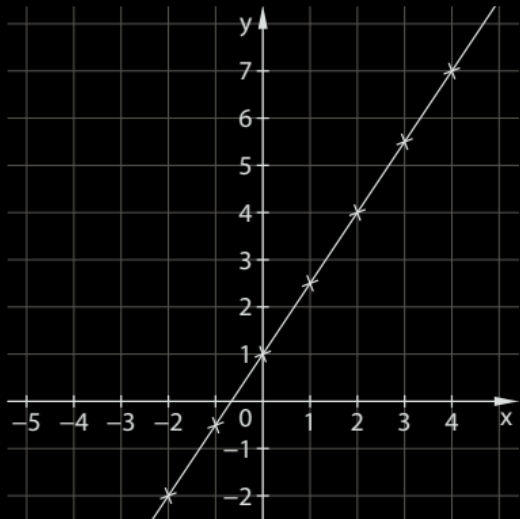
S. 176, 1.

- a) Nicht eindeutig, da mehrere Schüler die gleiche Höhe gesprungen sein können.
b) Eindeutig, einer Anzahl Eiskugeln ist nur ein Preis zugeordnet.

S. 176, 2.

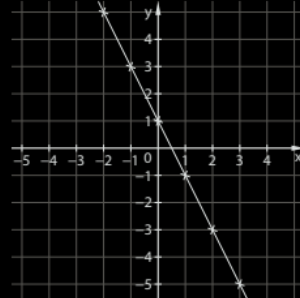
a)

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$y = 1,5x + 1$	-2	-0,5	1	2,5	4	5,5	7



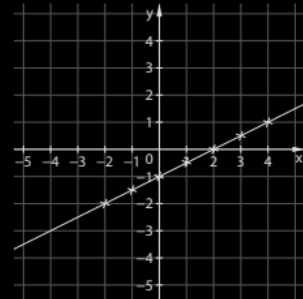
b)

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$y = -2x + 1$	5	3	1	-1	-3	-5	-7



c)

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$y = 0,5x - 1$	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1



S. 176, 3.

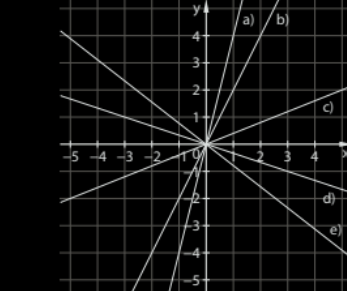
a) $y = -2x$

b) $y = x$

c) $y = 2x$

S. 176, 4.

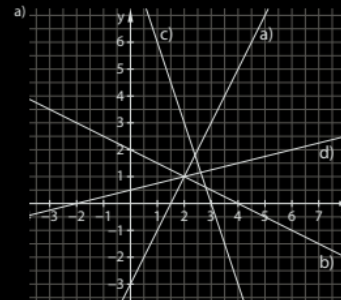
a)



S. 176, 5.

- a) Die Tabelle gibt Werte für das Auto mit einem Verbrauch von 8 Litern auf 100 km an.
b) Der Graph stellt die Werte für das Auto mit einem Verbrauch von 8 Litern auf 100 km dar.

S. 176, 6.



S. 176, 7.

a) $y = 0,5x - 1$

c) $y = 1,25x + 1,5$

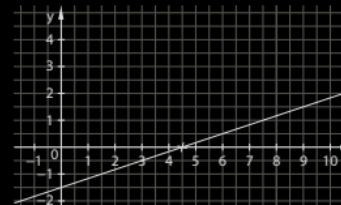
S. 176, 8.

a) $y = 0,5x + 3$

c) $y = -\frac{8}{3}x - 1$

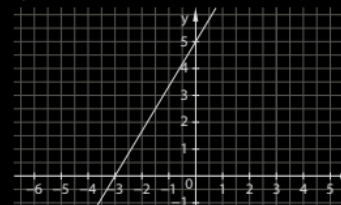
S. 177, 9.

a)



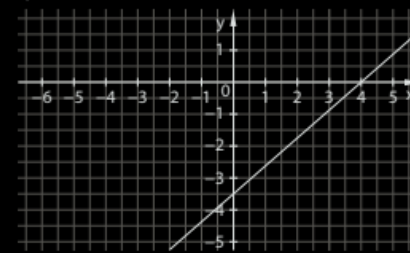
Nullstelle: $x = 4,5$

b)



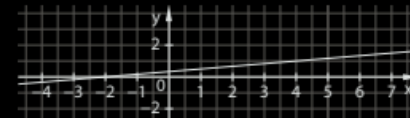
Nullstelle: $x = -3$

c)



Nullstelle: $x = 4$

d)



Nullstelle: $x = -2$

S. 179, 10.

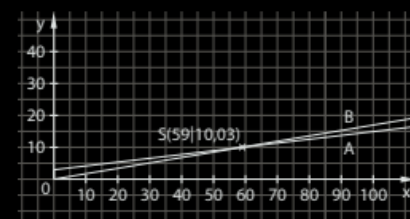
a) $x = 3$

c) $x = -2$

b) $x = 5$

d) $x = 6$

S. 177, 11.



Bis 58 Abzüge ist Anbieter B günstiger, bei 59 Abzügen kostet es bei beiden Anbietern das Gleiche, ab 60 Abzügen ist Anbieter A günstiger.

S. 177, 12.

a) $x = 60$; die Höhe des Flugzeugs beträgt nach 60 min 0, dann ist es also gelandet. (Zu Beginn befand sich das Flugzeug in 12000m Höhe, es sank 200 Meter pro Minute)

b) $1000 = -200x + 12000 \Rightarrow x = 55$, d.h., 5 Minuten vor der Landung beträgt die Flugzeughöhe 1000m.

S. 177, 13.

$$0 = \frac{99}{100}x + \frac{100}{99} \Rightarrow x = -\frac{100}{99} \cdot \frac{99}{100} \approx -1,020304051$$

Wiederholungsaufgaben (S. 177)

S. 177, 1.

a) 43900

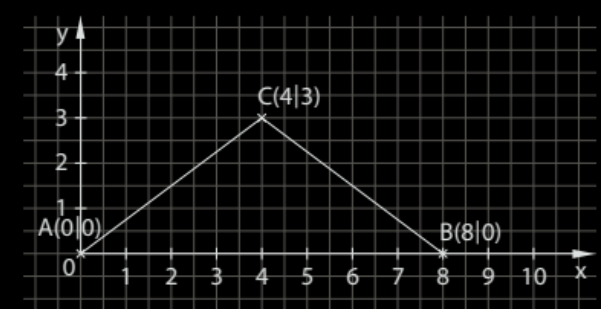
b) 108,0

c) 4,790

S. 177, 2.

Der gemessene Abstand entspricht in der Realität einer Luftlinie von 300 km.

S. 177, 3.



Flächeninhalt: $A = 12 \text{ cm}^2$

Umfang: $u = 18 \text{ cm}$

S. 177, 4.

a) $\frac{43}{30}$

b) $\frac{7}{30}$

c) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{25}{18}$

S. 177, 5.

$x + 10y - 2$

S. 177, 6.

Arithmetisches Mittel: 172 cm, Maximum: 183 cm, Minimum: 157 cm, Modalwert: 176 cm

S. 177, 7.

a) $x = 4$

b) $x = -\frac{4}{3}$

c) $x = \frac{2}{3}$

d) $x = -2$



Aufgabenfuchs



<https://mathe.aufgabenfuchs.de/funktion/funktion.shtml>

