Mathematatik 7 Abels

Kopfübung

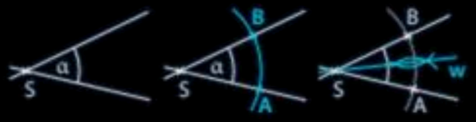
- **Mittelsenkrechte**, **Winkelhalbierende**
- **Linien am Kreis**: Durchmesser, Passante, Tangente, Sekante, Sehne, Mittelpunkt konstrieren, Tangente konstruieren
- **Seitenhalbierende**, **Höhe**
- **Kongruenz**
- **Kongruenzsätze**: SSS, WSW, SWS, SsW
- **Umkreis**, **Inkreis**
- **Satz des Thales** (ohne Beweis)

Cheatsheet

Winkelhalbierende und Mittelsenkrechte

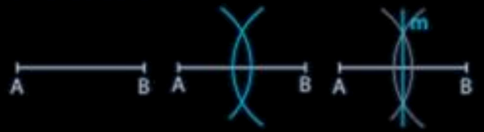
Auf der **Winkelhalbierenden** eines Winkels α liegen alle Punkte, die von den beiden Schenkeln des Winkels jeweils den gleichen Abstand haben.

Konstruktion der Winkelhalbierenden eines Winkels α:



Auf der **Mittelsenkrechten** einer Strecke $\overline{AB}$ liegen alle Punkte, die von A und von B den gleichen Abstand haben.

Konstruktion der Mittelsenkrechten einer Strecke $\overline{AB}$:



Kongruenzsätze für Dreiecke

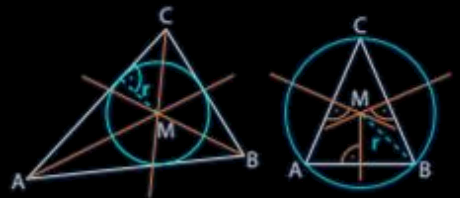
Zwei Dreiecke sind zueinander kongruent, wenn sie:

- in allen drei Seitenlängen übereinstimmen
  Kongruenzsatz (sss)
- in der Länge einer Seite und den Größen der beiden anliegenden Winkel übereinstimmen
  Kongruenzsatz (wsw)
- in der Länge zweier Seiten und der Größe des von diesen Seiten eingeschlossenen Winkels übereinstimmen
  Kongruenzsatz (sws)
- in der Länge zweier Seiten und der Größe des Winkels, er der längeren der beiden Seiten gegenüberliegt, übereinstimmen
  Kongruenzsatz (SsW)

Umkreis und Inkreis von Dreiecken

Die drei **Winkelhalbierenden** der drei Innenwinkel des Dreiecks schneiden einander in einem Punkt, dem **Inkreismittelpunkt**.

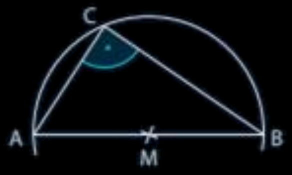
Die drei **Mittelsenkrechten** der drei Seiten des Dreiecks schneiden einander in einem Punkt, dem **Umkreismittelpunkt**.



Satz des Thales

Wenn in einem **Dreieck** der Punkt C auf dem Kreis mit dem Durchmesser $\overline{AB}$ liegt, ist das Dreieck **rechtwinklig** mit dem rechten Winkel bei C.

Umkehrung:
Wenn ein Dreieck bei C einen rechten Winkel hat, so liegt der Punkt C auf einem Kreis mit der Seite $\overline{AB}$ als Durchmesser.



Präsentationen

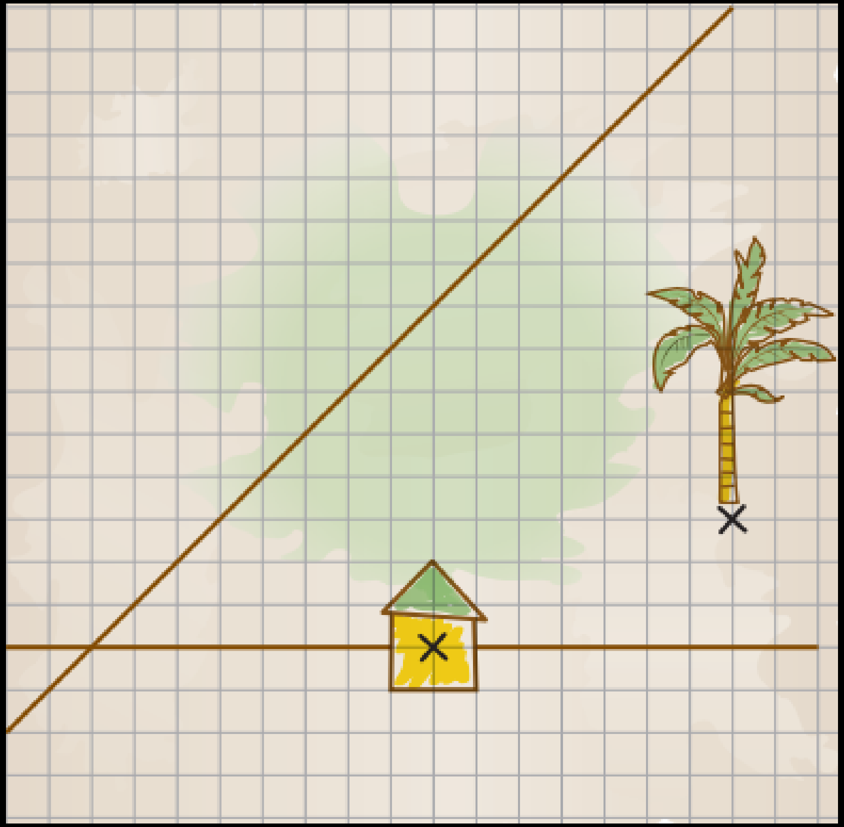
Fun179-181

1. Die drei Orte A-Dorf, B-Hausen und C-Berg benötigen einen besseren Handyempfang und damit neue Sendetürme. Um Geld zu sparen, einigen sie sich darauf, gemeinsam einen stärkeren Sender anzuschaffen. A-Dorf und B-Hausen sind 10 km voneinander entfernt, B-Hausen und C-Berg 12 km und A-Dorf und C-Berg 11 km.
   a) Begründe mithilfe einer Zeichnung, wo der Sendemast aufgestellt werden sollte.
   b) Es gibt drei verschiedene Ausführungen: Mast 1 hat eine Reichweite von 5 km, Mast 2 von 10 km und Mast 3 von 15 km. Je höher die Reichweite, desto höher sind auch die Kosten. Welchen Mast würdest du empfehlen? Begründe deine Antwort.

II Fun179-181

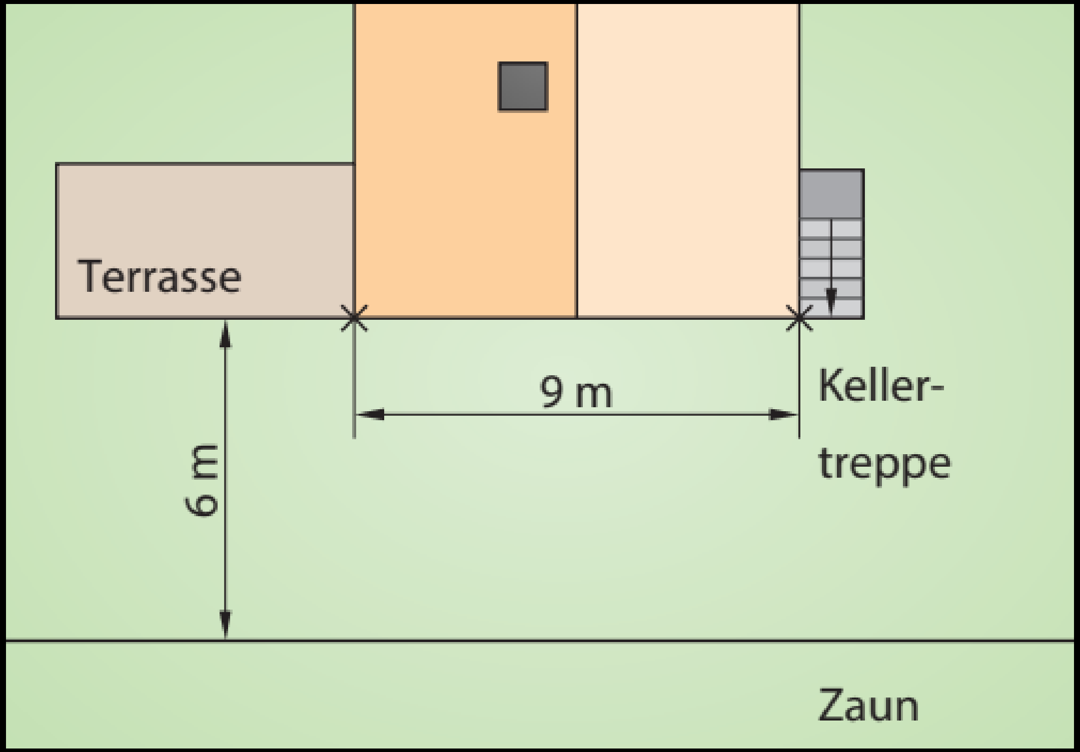
2. Jan plant zum Geburtstag eine Schatzsuche. Eine Karte und eine Beschreibung sollen beim Suchen helfen. Übertrage die Karte und markiere die Lage des Schatzes mit einem „x".

Zwei Personen bilden ein Team und müssen sich immer auf geraden Pfaden bewegen.
Die erste Person geht von der Hütte in Richtung Busch, bleibt auf halben Wege stehen, dreht sich dann um 90° entgegen dem Uhrzeigersinn und geht weiter.
Die zweite Person bewegt sich von der Kreuzung aus genau in der Mitte zwischen den beiden eingezeichneten Wegen.
Der Schatz liegt dort, wo sich beide treffen.



III Fun179-181

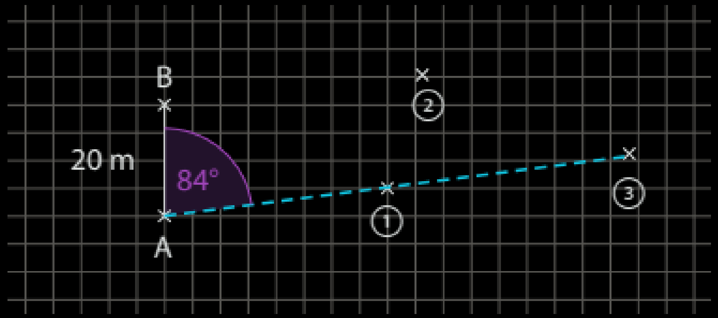
3. Frau Schulte möchte in ihrem Garten eine Wäschespinne aufstellen. Die Stange für die Wäschespinne wird im Boden fest verankert. Sie möchte, dass der Weg von der Kellertreppe und von der Terrasse zur Wäschespinne jeweils gleich ist. Außerdem soll die Wäschespinne mindestens 1 m vom Haus und 1,5 m vom Zaun entfernt stehen. Zeichne alle möglichen Standorte in eine maßstabsgetreue Zeichnung ein.



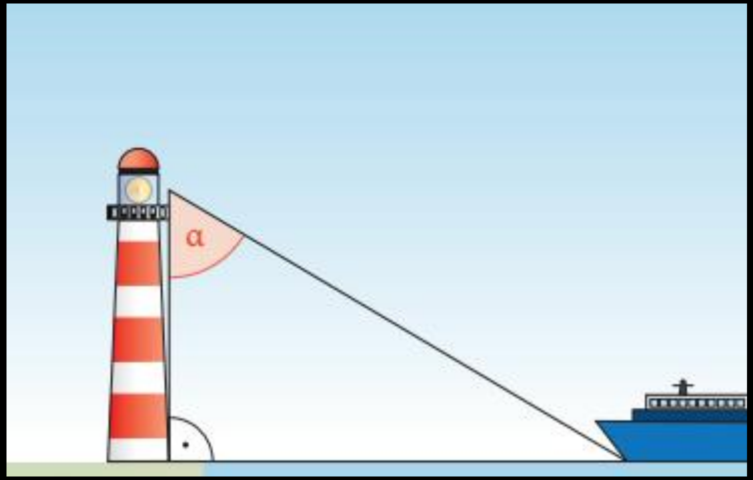
IV Fun179-181

7. Zur Geländevermessung können Theodoliten verwendet werden. Dabei werden Strecken abgesteckt und mit dem Theodoliten Winkel gemessen.

a) Lucie soll die Entfernung zwischen drei Kirchen ermitteln. Sie steckt dazu eine Strecke von 20 m ab und misst mir dem Theodoliten die Blickwinkel zu den drei Kirchen.
Von Standort A aus sieht sie Kirche ① unter einem Blickwinkel von 84°, Kirche ② unter 62° und Kirche ③ unter 84°.
Von Standort B sind die Blickwinkel 71° für Kirche 1, 98° für Kirche 2 und 85° für Kirche ③. Ermittle zeichnerisch die Entfernungen zwischen den drei Kirchen.



b) Früher wurden Theodoliten auch zur Positionsbestimmung von Schiffen verwendet. Von einem 90 m hohen Leuchtturm wird ein Schiff mit dem Blickwinkel $\alpha = 64°$ gesichtet.
15 Minuten später beträgt der Blickwinkel nur noch 57°.
Ermittle, wie lange es dauert, bis das Schiff bei gleichbleibender Fahrt am Leuchtturm ankommen würde.



V Fun179-181

8. Familie Klausen sucht Ideen für die Gestaltung eines Teils ihres Grundstücks im Internet.

Familie Klausen: *Jetzt wohnen wir seit einem Jahr im neuen Haus, aber mit dem dreieckigen Blumenbeet wissen wir nichts anzufangen.*

Familie Grosse: *Wir haben auch solch ein Dreieck im Garten. Was wollt ihr denn wissen?*

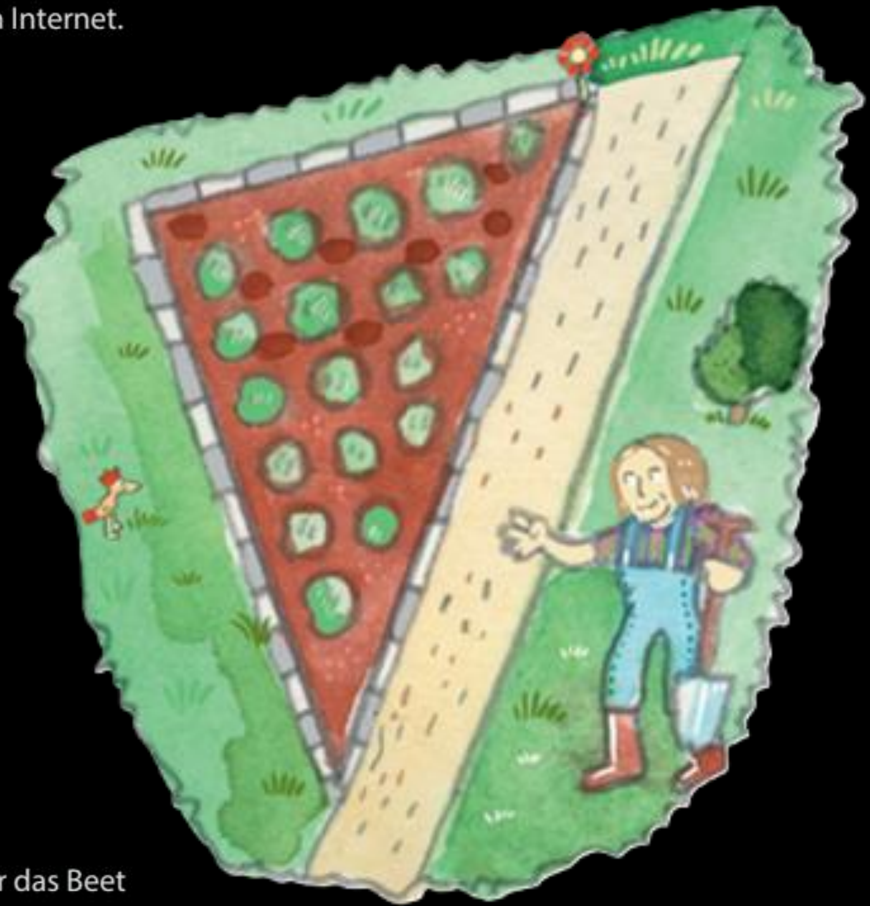
Familie Klausen: *Vielleicht könnt ihr uns schreiben, wie es aussieht und wie es gestaltet ist.*

Familie Grosse: *Maße: $c = 3\,m$, $b = 4\,m$ und $\alpha = 90°$. Wir haben Salatköpfe drauf.*

Irina Bauer: *Bei unserem Dreiecksbeet ist $a = 5\,m$, $b = 4\,m$ und $h_c = 3\,m$. Und wir haben Hortensienbüsche gepflanzt.*

Peter Bode: *Bei mir ist $a = 7\,m$, $b = 3\,m$ und $\alpha = 90°$ (Alles mit Zwergsträuchern bepflanzt.)*

Elena Grieg: *Wir haben die gesamte Fläche von $12\,m^2$ mit Buschwindröschen bepflanzt. Und wir haben einen rechten Winkel im Beet.*

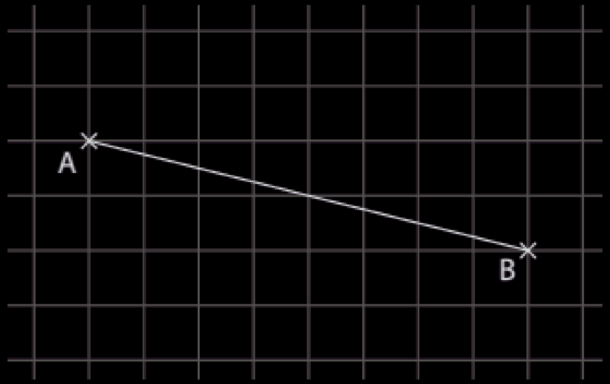


- Zeichne das Beet von Familie Grosse. Nimm als Maßstab für $1\,m \mathrel{\widehat{=}} 2\,cm$.
- Überlege, welche Seitenlängen das Beet von Frau Grieg haben kann, und erstelle eine Zeichnung.
- Erstelle eine Zeichnung für das Beet von Frau Bauer.
- Konstruiere das Beet von Herrn Bode. Finde heraus, wie viele Zwergsträucher auf ein solches Beet passen.

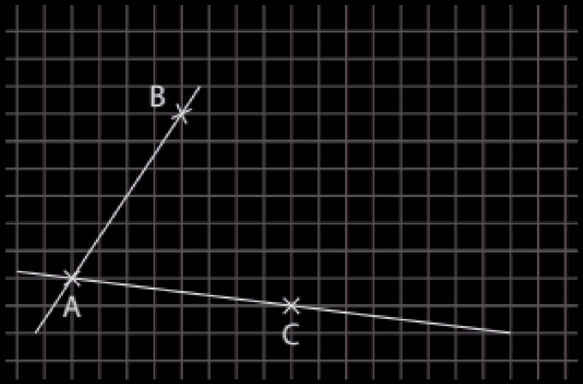
Gemischte Übungen

Fun182,183

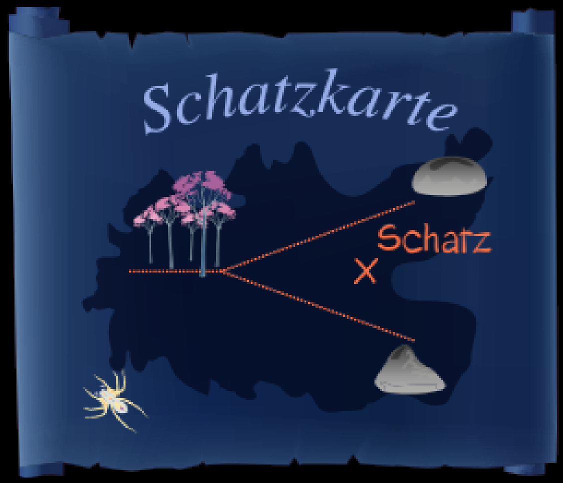
1. Übertrage die Zeichnungen.
   a) Konstruiere die Mittelsenkrechte.



   b) Konstruiere die Winkelhalbierende.



2. Auf einem Wandertag veranstaltet die Klasse 7 c eine Schatzsuche. Der Schatz soll sich 30 m entfernt von einer Weggabelung in gleichem Abstand zu beiden Wegen befinden. Fertige eine Zeichnung in passendem Maßstab an und markiere den Fundort genau.



3. Konstruiere ein Dreieck ABC. Beschreibe die Konstruktionsschritte.
   a) $a = b = c = 3{,}5\,\text{cm}$
   b) $a = 5{,}3\,\text{cm};\ c = 6{,}5\,\text{cm};\ \beta = 38°$
   c) $b = 4{,}6\,\text{cm};\ c = 3{,}8\,\text{cm};\ \beta = 110°$
   d) $b = 4{,}5\,\text{cm};\ \alpha = 65°;\ \beta = 80°$

Fun182,183 II

4. a) Konstruiere ein Dreieck mit $b = 7\,cm$, $c = 4\,cm$ und $\gamma = 30°$.

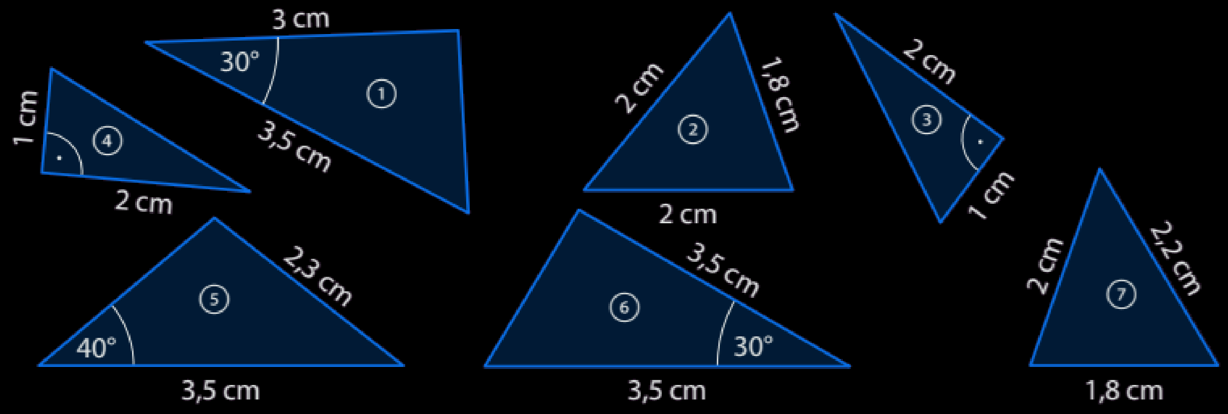
b) Sind die Dreiecke mit den folgenden Angaben konstruierbar (eindeutig konstruierbar)? Begründe deine Antwort.

① $a = 5{,}2\,cm$, $c = 7{,}1\,cm$, $\gamma = 41°$
② $c = 5{,}1\,cm$, $b = 6{,}7\,cm$, $\gamma = 42°$
③ $a = 5\,cm$, $c = 7\,cm$, $\alpha = 62°$
④ $a = 3\,cm$, $b = 3\,cm$, $\gamma = 90°$

5. Konstruiere Dreiecke aus den gegebenen Größen. Übertrage die Tabelle in dein Heft und ergänze fehlende Angaben.

	a	b	c	α	β	γ
a)	3,6 cm	5,2 cm	6,4 cm			
b)		5 cm	7 cm			57°
c)		5,2 cm	6,4 cm	34°		

6. Welche der abgebildeten Dreiecke sind zueinander kongruent? Begründe deine Antwort.



Fun182,183 III

7. Zeichne in einem Koordinatensystem sowohl den Kreis mit dem Mittelpunkt M (0|0) und dem Radius r = 5 cm als auch den Punkt P (5|5). Zeichne durch P eine Sekante des Kreises und eine Tangente an den Kreis.

8. Gegeben sind zwei Punkte A und B. Zeichne Kreise mit $\overline{AB}$ als Sehne.
   a) Beschreibe, wo die Mittelpunkte der Kreise liegen.
   b) Prüfe, ob es unter diesen Kreisen einen kleinsten und einen größten Kreis gibt.

9. Zeichne das Dreieck ABC in einem Koordinatensystem und ermittle die Koordinaten des Schwerpunktes des Dreiecks ABC konstruktiv.
   a) A (0|0), B (6|0), C (0|6) b) A (0|3), B (9|0), C (6|6) c) A (3|1), B (8|2), C (1|6)

10. Ordne die folgenden Wortgruppen in deinem Heft zum Thalessatz:

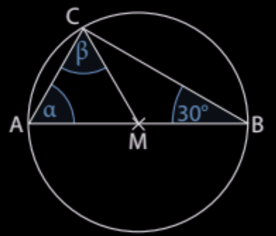
Werden die | rechtwinkliges | Kreis | Kreisdurchmesser | von einem

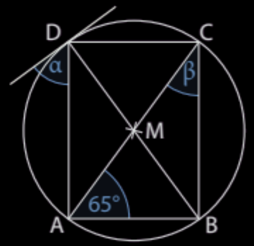
verbunden, erhält man immer ein | Punkt | auf dem entsprechenden

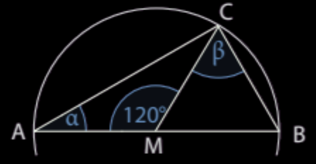
Endpunkte | mit einem beliebigen | Dreieck

11. Konstruiere mithilfe des Thaleskreises ein rechtwinkliges Dreieck, dessen längste Seite 5 cm beträgt. Eine der beiden anderen Seiten des Dreiecks ist 4 cm lang. Gib auch die Länge der dritten Seite des Dreiecks an.

12. Berechne die fehlenden Winkelmaße.

a)


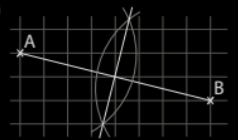
b)


c)


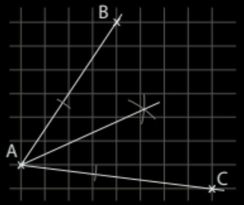
Fun182,183

S. 182, 1.

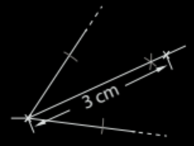
a)



b)



S. 182, 2.



S. 182, 3.

a) Zeichne eine Strecke $\overline{AB} = c = 3{,}5$ cm.
Zeichne um A und B Kreise mit $r = 3{,}5$ cm.
Verbinde Schnittpunkt C der Kreise mit A und B zum gesuchten Dreieck.

b) Zeichne Winkel $\beta = 38°$ mit dem Scheitelpunkt B.
Zeichne um B zwei Kreise mit $r_1 = 5{,}3$ cm und $r_2 = 6{,}5$ cm. Die Kreise schneiden je einen Schenkel des Winkels in den Punkten A und C. Verbinde A und C zum Dreieck ABC

c) Zeichne Winkel $\beta = 110°$ mit dem Scheitelpunkt B.
Zeichne um B einen Kreis mit $r = 3{,}8$ cm. Der Kreis schneidet einen Schenkel des Winkels im Punkt A.
Zeichne um A einen Kreis mit $r = 4{,}6$ cm. Der Kreis schneidet den anderen Schenkel des Winkels im Punkt C des gesuchten Dreiecks.

d) Zeichne eine Strecke $\overline{AC} = b = 4{,}5$ cm und trage in A den Winkel $\alpha = 65°$ an AC an. Trage am freien Schenkel von α den Winkel $\beta = 80°$ an.
Verschiebe den freien Winkel von β durch C und bezeichne das Dreieck ABC.

S. 182, 4.

a) Das Dreieck ist nicht eindeutig konstruierbar:
$a = 4{,}1$ cm oder $a = 8$ cm

b) ① Das Dreieck ist eindeutig konstruierbar, da der angegebene Winkel gegenüber der längeren Seite liegt.

② Das Dreieck ist nicht eindeutig konstruierbar, da c nicht die längere Seite ist. Es entstehen zwei verschiedene Dreiecke.

③ Das Dreieck ist nicht eindeutig konstruierbar, da a nicht die längere Seite ist. Es entsteht kein Dreieck.

④ Das Dreieck ist eindeutig konstruierbar, da der angegebene Winkel zwischen den beiden Seiten liegt.

S. 182, 5.

	a	b	c	α	β	γ
1	3,6 cm	5,2 cm	6,4 cm	34°	54°	92°
2	8,3 cm	5 cm	7 cm	86°	37°	57°
3	3,6 cm	5,2 cm	6,4 cm	34°	54°	92°

S. 182, 6.

Die Dreiecke 3 und 4 nach Kongruenzsatz SWS.
Die Dreiecke 1 und 6 nach Kongruenzsatz SWS.

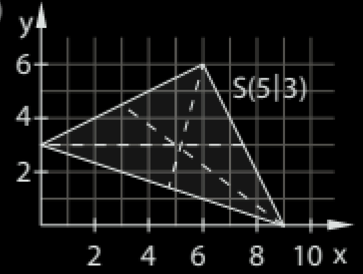
S. 183, 7.

a) Die Mittelpunkte der Kreise liegen alle auf der Mittelsenkrechten von $\overline{AB}$.

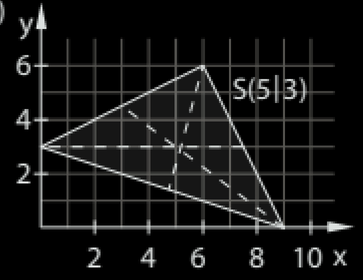
b) Einen größten Kreis gibt es nicht.
Der kleinste Kreis hat $\overline{AB}$ als Durchmesser.

S. 183, 8.

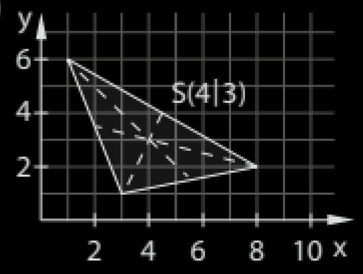
a)



b)



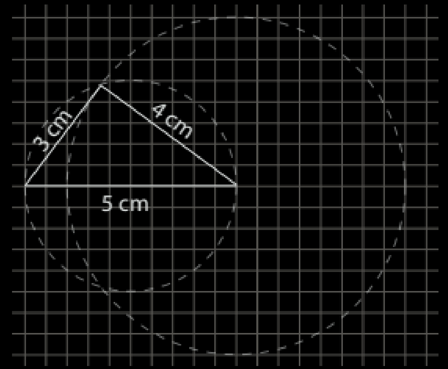
c)



S. 183, 9.

Werden die Endpunkte von einem Kreisdurchmesser mit einem beliebigen Punkt auf dem entsprechenden Kreis verbunden, erhält man immer ein rechtwinkliges Dreieck.

S. 183, 10



S. 183, 11

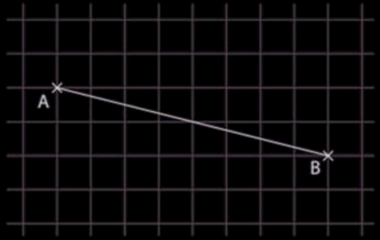
a) $\beta = 90° - 30° = 60°$ und $\alpha = \beta = 60°$

b) $\beta = 90° - 65° = 25°$ und $\alpha = \frac{90°}{2} = 45°$

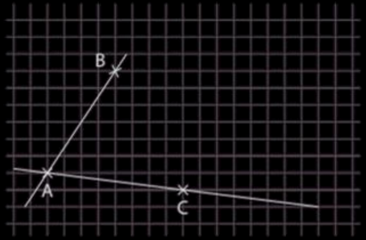
c) $\alpha = = \frac{60°}{2} = 30°$ und $\beta = 90° - 30° = 60°$

Fun182,183

1. Übertrage die Zeichnungen.
   a) Konstruiere die Mittelsenkrechte.



   b) Konstruiere die Winkelhalbierende.



2. Auf einem Wandertag veranstaltet die Klasse 7c eine Schatzsuche. Der Schatz soll sich 30 m entfernt von einer Weggabelung in gleichem Abstand zu beiden Wegen befinden. Fertige eine Zeichnung in passendem Maßstab an und markiere den Fundort genau.

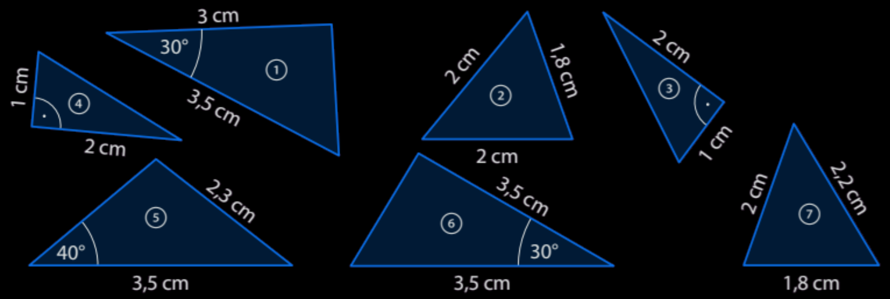
3. Konstruiere ein Dreieck ABC. Beschreibe die Konstruktionsschritte.
   a) $a = b = c = 3{,}5\,\text{cm}$
   b) $a = 5{,}3\,\text{cm}$; $c = 6{,}5\,\text{cm}$; $\beta = 38°$
   c) $b = 4{,}6\,\text{cm}$; $c = 3{,}8\,\text{cm}$; $\beta = 110°$
   d) $b = 4{,}5\,\text{cm}$; $\alpha = 65°$; $\beta = 80°$

4. a) Konstruiere ein Dreieck mit $b = 7\,\text{cm}$, $c = 4\,\text{cm}$ und $\gamma = 30°$.
   b) Sind die Dreiecke mit den folgenden Angaben konstruierbar (eindeutig konstruierbar)? Begründe deine Antwort.
   ① $a = 5{,}2\,\text{cm}$, $c = 7{,}1\,\text{cm}$, $\gamma = 41°$
   ② $c = 5{,}1\,\text{cm}$, $b = 6{,}7\,\text{cm}$, $\gamma = 42°$
   ③ $a = 5\,\text{cm}$, $c = 7\,\text{cm}$, $\alpha = 62°$
   ④ $a = 3\,\text{cm}$, $b = 3\,\text{cm}$, $\gamma = 90°$

5. Konstruiere Dreiecke aus den gegebenen Größen. Übertrage die Tabelle in dein Heft und ergänze fehlende Angaben.

	a	b	c	α	β	γ
a)	3,6 cm	5,2 cm	6,4 cm			
b)		5 cm	7 cm			57°
c)		5,2 cm	6,4 cm	34°		

6. Welche der abgebildeten Dreiecke sind zueinander kongruent? Begründe deine Antwort.



7. Zeichne in einem Koordinatensystem sowohl den Kreis mit dem Mittelpunkt M(0|0) und dem Radius $r = 5\,\text{cm}$ als auch den Punkt P(5|5). Zeichne durch P eine Sekante des Kreises und eine Tangente an den Kreis.

8. Gegeben sind zwei Punkte A und B. Zeichne Kreise mit $\overline{AB}$ als Sehne.
   a) Beschreibe, wo die Mittelpunkte der Kreise liegen.
   b) Prüfe, ob es unter diesen Kreisen einen kleinsten und einen größten Kreis gibt.

9. Zeichne das Dreieck ABC in einem Koordinatensystem und ermittle die Koordinaten des Schwerpunktes des Dreiecks ABC konstruktiv.
   a) A(0|0), B(6|0), C(0|6)   b) A(0|3), B(9|0), C(6|6)   c) A(3|1), B(8|2), C(1|6)

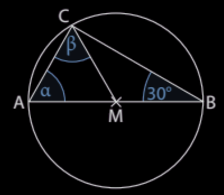
10. Ordne die folgenden Wortgruppen in deinem Heft zum Thalessatz:

Werden die | rechtwinkliges | Kreis | Kreisdurchmesser | von einem | verbunden, erhält man immer ein | Punkt | auf dem entsprechenden | Endpunkte | mit einem beliebigen | Dreieck

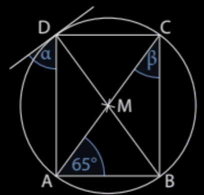
11. Konstruiere mithilfe des Thaleskreises ein rechtwinkliges Dreieck, dessen längste Seite 5 cm beträgt. Eine der beiden anderen Seiten des Dreiecks ist 4 cm lang. Gib auch die Länge der dritten Seite des Dreiecks an.

12. Berechne die fehlenden Winkelmaße.

a)



b)



c)